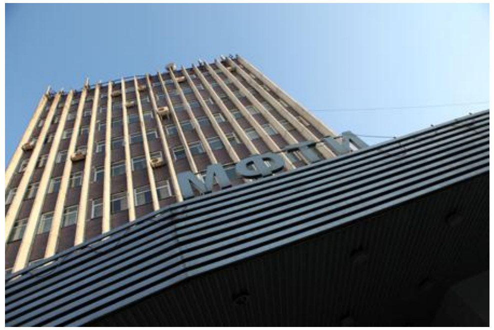
ИПУ РАН




МФТИ

# МОДЕЛИ КОМАНД
# И
# РАЗВИТИЯ ПЕРСОНАЛА

**Новиков Дмитрий Александрович**

dan@ipu.ru, www.ipu.ru, www.mtas.ru

# ПЛАН

I. Определение и классификация моделей команд

II. Рефлексивная модель формирования однородной команды

III. Задача распределения затрат

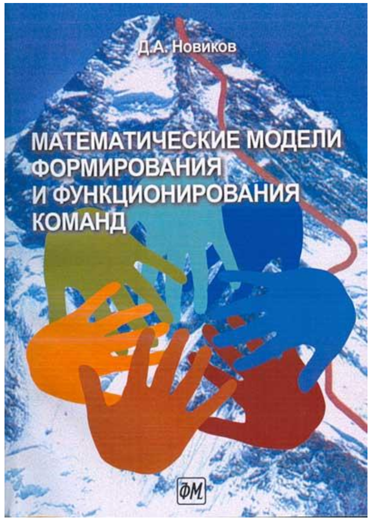
IV. Адаптация команд

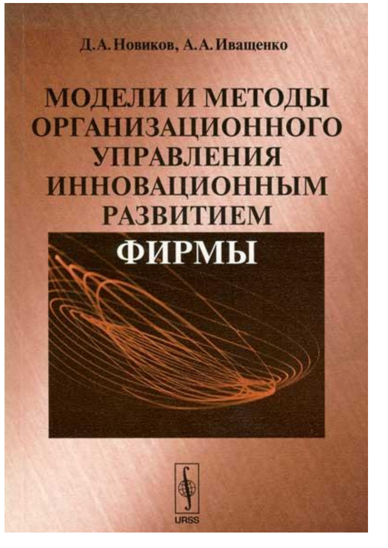
V. Обучение команд

VI. Проблемы развития персонала

VII. Модель иерархии потребностей

VIII. Модель управления карьерой

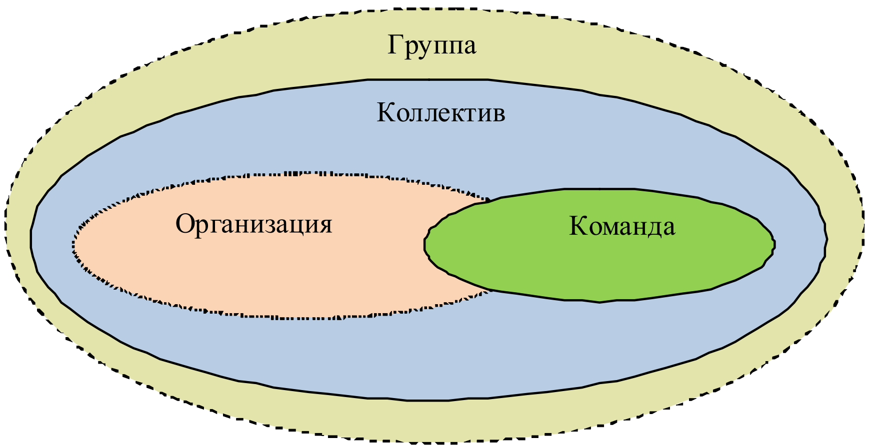


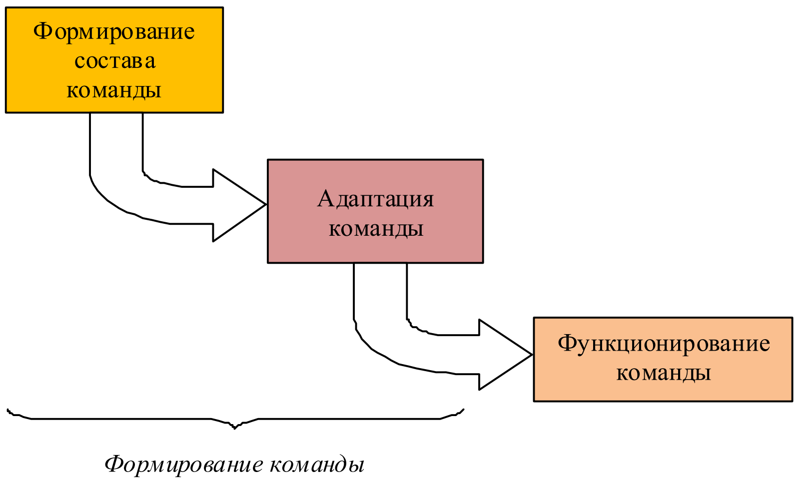
# **II.** Определение и классификация моделей команд

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМАНДЫ

**Команда** – коллектив, способный достигать цели автономно и согласованно (при минимальных управляющих воздействиях).
**Группа** – совокупность людей, объединенных общностью интересов, профессии, деятельности и т.п.
**Коллектив** – группа лиц, объединенных общей работой.
**Организационная система** – объединение людей, совместно реализующих некоторую программу или цель и действующих на основе определенных процедур и правил.




*Группа, коллектив, организация и команда*




*Этапы существования команд*

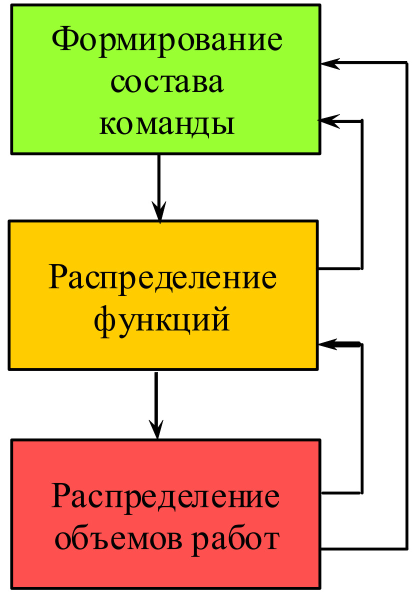
# ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМАНД

I. Деятельность команды, в значительной степени, регламентируется нормами.
II.В командах, в отличие от организаций, отсутствует формальная иерархия.

**Характеристики команды**, в совокупности отличающие ее от группы, коллектива и/или организации:

- единство цели;
- совместная деятельность;
- непротиворечивость интересов;
- автономность деятельности;
- коллективная и взаимная ответственность за результаты совместной деятельности;
- специализация и взаимодополняемость ролей (включая оптимальное распределение функций и объемов работ, а также синергетичность взаимодействия членов команды);
- устойчивость команды (оправдываемость взаимных ожиданий ее членов).

# КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ КОМАНД


*Взаимосвязь задач формирования состава команд, распределения функций и распределения объемов работ*

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМАНД


| ХАРАКТЕРИСТИКА<br>МОДЕЛЬ | Единство цели | Совместная деятельность | Непротиворечивость интересов | Автономность деятельности | Коллективная и взаимная ответственность | Специализация и взаимодополняемость ролей | Устойчивость команды |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Распределение объемов работ | + | • | | | | • | |
| Распределение функций | • | + | | | | + | |
| Формирование команды | + | • | • | | | • | |
| Синергетический эффект | + | • | • | | | + | • |
| Модель Маршака-Раднера | + | + | + | | | • | |
| Стимулирование в командах | + | + | • | + | + | • | |
| Институциональное управление | • | + | • | • | + | | • |
| Репутация | • | • | • | + | • | • | + |
| Экспериментальные исследования | • | + | • | | | | • |
| Рефлексивные модели однородных и неоднородных команд | • | + | • | + | • | | + |
| Автономное принятие решений | • | • | • | + | • | + | |
| Распределение затрат | • | • | | • | • | + | + |
| Адаптация и самоорганизация в командах | | • | • | + | • | | + |
| Иерархии принятия решений | • | • | | • | • | + | |

# II. РЕФЛЕКСИВНАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОДНОРОДНОЙ КОМАНДЫ

# РЕФЛЕКСИВНАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОДНОРОДНОЙ КОМАНДЫ

Рассмотрим множество $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ агентов. Стратегией $i$-го агента является выбор действия $y_i \geq 0$, что требует от него затрат Кобба-Дугласа $c_i(y_i, r_i) = r_i\, \varphi(y_i / r_i)$, где $r_i > 0$ – тип агента, который определяет эффективность его деятельности, $\varphi(\cdot)$ – монотонная выпуклая функция. Предположим, что целью совместной деятельности агентов является реализация заданного суммарного действия с минимальными суммарными затратами.

$$\sum_{i \in N} c_i(y_i, r_i) \to \min_{(y_1, y_2, \ldots, y_n)}$$

$$\sum_{i \in N} y_i = R$$

| Субъективная история игры | Структура информированности | |
|---|---|---|
| | $\{r_{ij}\}$ | $\{r_{ijk}\}$ |
| $\boldsymbol{y_{-i}}$ | Модель 1 | Модель 6 |
| $\boldsymbol{c_{-i}}$ | Модель 2 | Модель 7 |
| $c$ | Модель 3 | Модель 8 |
| $(\boldsymbol{y_{-i}}; \boldsymbol{c_{-i}})$ | Модель 4 | Модель 9 |
| $(\boldsymbol{y_{-i}}; c)$ | Модель 5 | Модель 10 |

# РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Предположим, что агент $i$ имеет структуру информированности $\{r_{ij}\}$ и наблюдает действия $\boldsymbol{x}_{-i}$ остальных агентов. Тогда

**информационное равновесие**: $y_i^*(\{r_{ij}\}) = r_i / \sum_{j \in N} r_{ij}$ , $i \in N$.

**рационализируемые представления**:

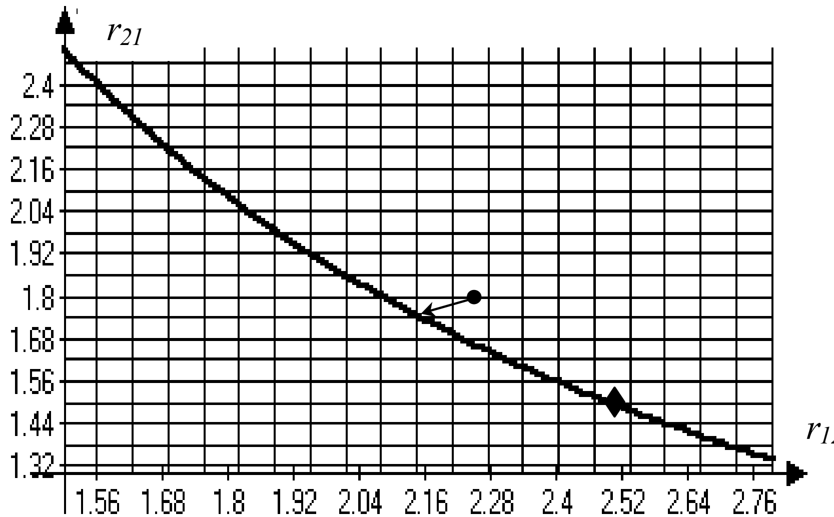
$$\Omega_i^1 = \{r_{ij} > 0,\ j \in N \setminus \{i\} \mid r_{ij} / \sum_{l \in N} r_{il} = x_j,\ j \in N \setminus \{i\}\}$$

**динамика представлений** ***i*-го агента**:

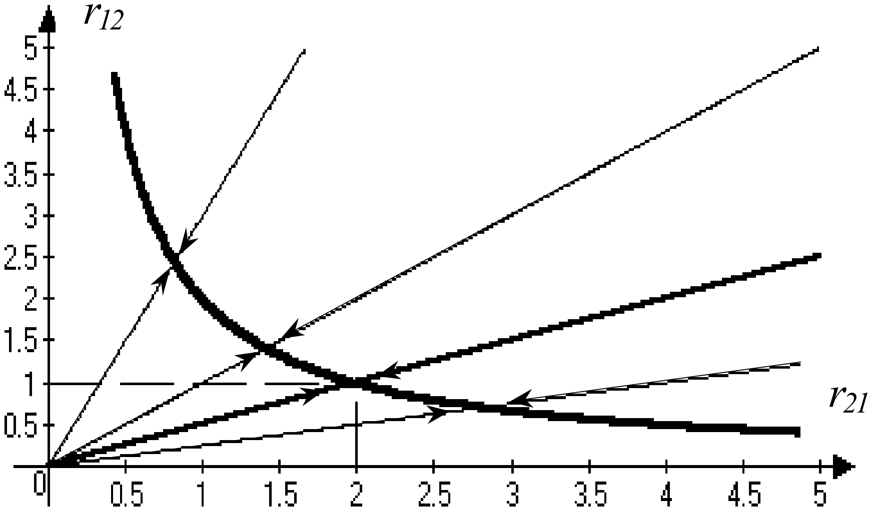
$$r_{ij}^{t+1} = r_{ij}^t + \gamma_{ij}^t\ (w_{ij}^t(\boldsymbol{x}_{-i}^t) - r_{ij}^t),\ j \in N \setminus \{i\},\ \ t = 1, 2, \ldots, i \in N,$$

где $w_{ij}^t(\boldsymbol{x}_{-i}^t)$ – $j$-ая проекция ближайшей к $(r_{ij}^t)_{j \in N \setminus \{i\}}$ точки множества $\Omega_i^1$.

# ПРИМЕР




Множество стабильных информационных равновесий




Области притяжения стабильных информационных равновесий

Условие стабильности ($n$=2)

$$r_{12} r_{21} = r_1 r_2$$

# III. ЗАДАЧА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАТРАТ

# III. ЗАДАЧА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАТРАТ

**Модель:**

$f_i(x, r_i) = h_i(x_i, r_i) - \lambda_i(x), i \in N.$

$C(X)$ – затраты, где $X = \sum_{i \in N} x_i$ .

**Предположения:**

1. $\forall\, i \in N, \forall\, x \in \Re^n_+ \;\; \lambda_i(x) \geq 0.$

2. $\forall\, i \in N, \forall\, x \in \Re^n_+ \;\; \lambda_i(x)$ не убывает по $x_i$.

3. $\forall\, x \in \Re^n_+ \;\; \sum_{i \in N} \lambda_i(x) = C(X).$

4. $\forall\, i \in N\, \forall\, r_i \in \Omega_i \;\; h_i(0, r_i) = 0.$

5. $\forall\, i \in N, \forall\, x_{-i} \in \Re^{n-1}_+ \;\; \lambda_i(x_{-i}, 0) = 0,$

6. $C(\cdot)$ – неубывающая функция, $C(0) = 0$.

7. Функции дохода и функция затрат – гладкие.

**Задача:** $\lambda(\cdot)$ – ?: $\forall\, r \in \Omega \;\; P(r) \subseteq E_N(\lambda(\cdot), r)$

**Условие наличия синергетического эффекта:**

$$\max_{x \in \Re^n_+} \Big[\sum_{i \in N} h_i(x_i, r_i) - C(X)\Big] \geq \sum_{i \in N} \max_{y_i \geq 0} [h_i(y_i, r_i) - C(y_i)].$$

Модель однородной команды, использующей единый ресурс, суммарные затраты на приобретение которого зависят от суммы действий, выбираемых членами команды.

Условием устойчивого функционирования команды считается существование такой процедуры распределения ресурса, при которой возможен выбор агентами такого вектора ненулевых действий, который был бы одновременно устойчив по Нэшу (устойчивость относительно индивидуальных отклонений агентов) и эффективен по Парето (выгоден для команды в целом).

Качественно, основные результаты заключаются в следующем:

1) показано, что, при гладких процедурах распределения затрат устойчивое функционирование команды невозможно;

2) доказано, что, если члены однородной команды таковы, что их можно упорядочить по эффективности деятельности, и это упорядочение не зависит от «объемов производства», то устойчивое функционирование команды также невозможно;

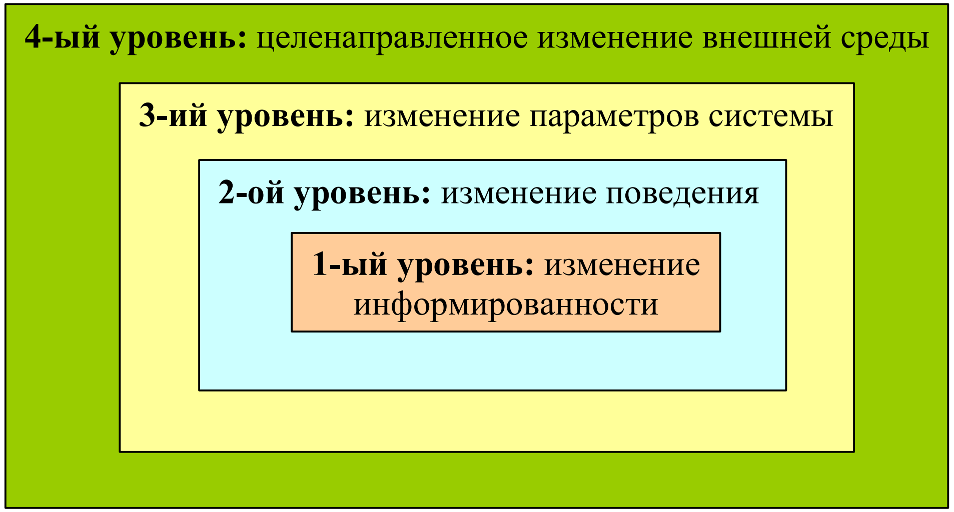
3) обосновано, что условием устойчивого функционирования команды является наличие синергетического взаимодействия ее членов.

# IV. АДАПТАЦИЯ КОМАНД

## АДАПТАЦИЯ КОМАНД: ОПРЕДЕЛЕНИЕ

*Адаптация* (от лат. adaptatio – приспособление) – приспособление к условиям существования и привыкание к ним; в социальных системах – вид взаимодействия со средой, в ходе которого согласовываются требования и ожидания его участников.

В рамках моделей команд под адаптацией будем понимать процесс изменения действий (включая в общем случае функции и объемы работ), выбираемых членами команды, на основе текущей информации в изменяющихся условиях.




**Уровни адаптации команды**

# АДАПТАЦИЯ КОМАНД: СТРУКТУРА МОДЕЛИ

**Обозначения:**

$\pi(x) = \{\theta \in \Omega \mid \exists\, \Omega_0 \colon \theta \in \Omega_0, x \in E(\Omega_0)\}$ – множество состояний природы, при которых наблюдаемый агентами вектор их действий является равновесием.

$g = (g_1, g_2, \ldots, g_n) \in \Re^n$ – наблюдаемый агентами вектор значений их целевых функций.

$\delta(g, z) = \{\theta \in \Omega \mid f_j(\theta, z) = g_j,\ j \in N\}$ – множество тех значений состояний природы, при которых (наряду с наблюдаемым результатом $z$) могут реализоваться наблюдаемые выигрыши агентов $g$.

$\rho(x, z) = \{\theta \in \Omega \mid G(\theta, x) = z\}$ – множество $\rho \subseteq \Omega$ состояний природы, при которых наблюдаемый вектор действий агентов приводит именно к данному наблюдаемому значению $z$ результата.

У $i$-го агента имеются, как максимум, четыре «**источника информации**» о состоянии природы:

1) априорная частная информация $\omega_i(\theta) \subseteq \Omega$;

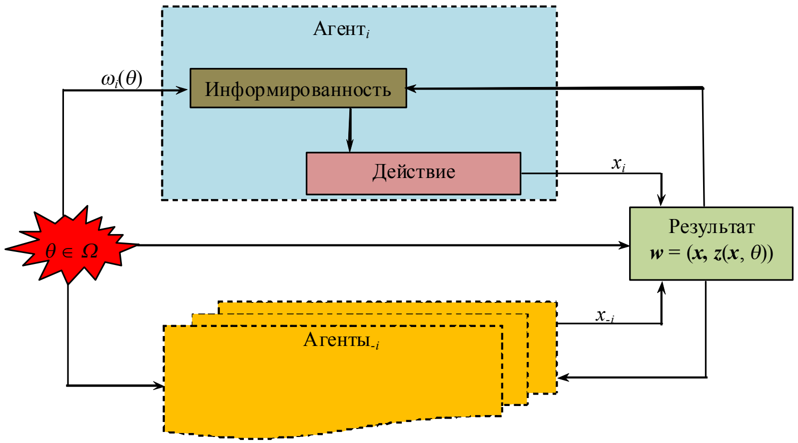
2) действия других агентов: наблюдая их и предполагая, что оппоненты действуют рационально, агент может (считая, что имеет место общее знание на первом уровне структуры информированности) осуществлять рефлексию – оценивать ту информацию $\pi(x)$ о состоянии природы, на основании которой рационален выбор оппонентами именно этих действий;

3) выигрыши $g$ агентов – на основании этой информации агенты могут сделать вывод $\delta(g, z)$ о тех состояниях природы, при которых наблюдаемый результат приводит к наблюдаемым выигрышам;

4) результат совместной деятельности, который дает информацию $\rho(x, z)$ о состоянии природы.

То есть, **общим знанием** является информация $I(x, z, g) = \pi(x)$ ? $\rho(x, z)$ ? $\delta(g, z) \subseteq \Omega$.

**Структура модели адаптации команды**



# АДАПТАЦИЯ КОМАНД: ДИНАМИКА

**Обозначения:**

$x_i^t \in X_i$ – действие $i$-го агента в момент времени $t$,

$x^{1,\,t}$ – совокупность векторов действий всех агентов за $t$ периодов.

К окончанию периода $t$ общим знанием среди агентов является информация $I(x^t, z^t, g^t) = \pi(x^t)$ ? $\rho(x^t, z^t)$ ? $\delta(g^t, z^t) \subseteq \Omega$.

Оценка агентом состояния природы: $J_i^t(\omega_i, x^{1,\,t}, z^{1,\,t}, g^{1,\,t}) = \omega_i$ ? $\bigcap_{\tau=1}^{t} I(x^\tau, z^\tau, g^\tau)$.

**Пример (олигополия Курно)**

Пусть $n = 2$, $x_i \geq 0$, $i = 1, 2$, $z = x_1 + x_2$, $\Omega = [1; 5]$, $\omega_1 = [1; 4]$; $\omega_2 = [2; 5]$; $\theta_0 = 3$, $f_i(\theta, z) = (\theta - \alpha z)\, z - x_i^2\, r / 2$, где $\alpha > 0$, $r > 0$ – известные размерные константы. Предположим, что каждый агент наблюдает только свое действие и свой выигрыш.

Если бы значение состояния природы было достоверно известно агентам, то им следовало бы выбирать действия

$$x_i^*(\theta) = \frac{\theta}{4\alpha + r},\ i = 1, 2.$$

Динамика оценок состояния природы агентами имеет вид:

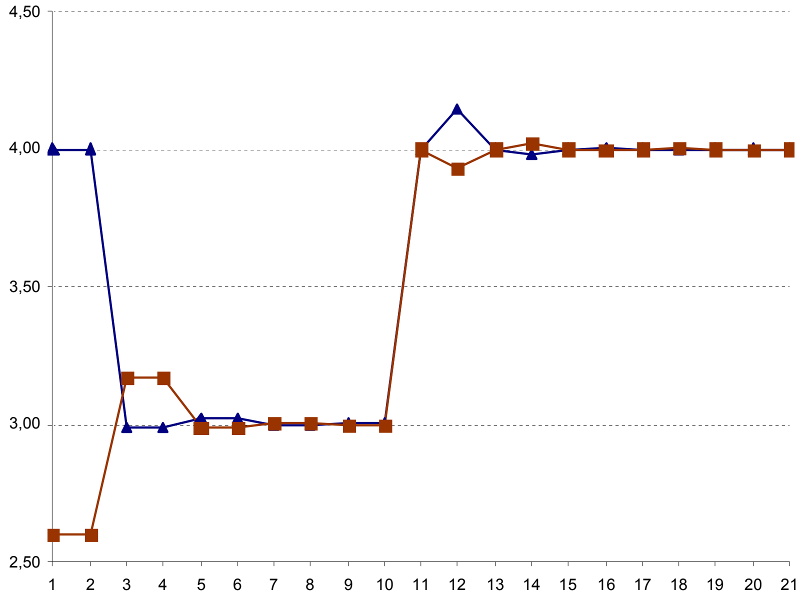
$$\theta_i^t = (\theta_0 - \alpha\,(x_1^t + x_2^t))\,(x_1^t + x_2^t) / 2\ x_i^t + 2\,\alpha\ x_i^t,\ i = 1, 2,\ t = 1, 2, \ldots .$$

На основании этих оценок агенты будут выбирать действия:

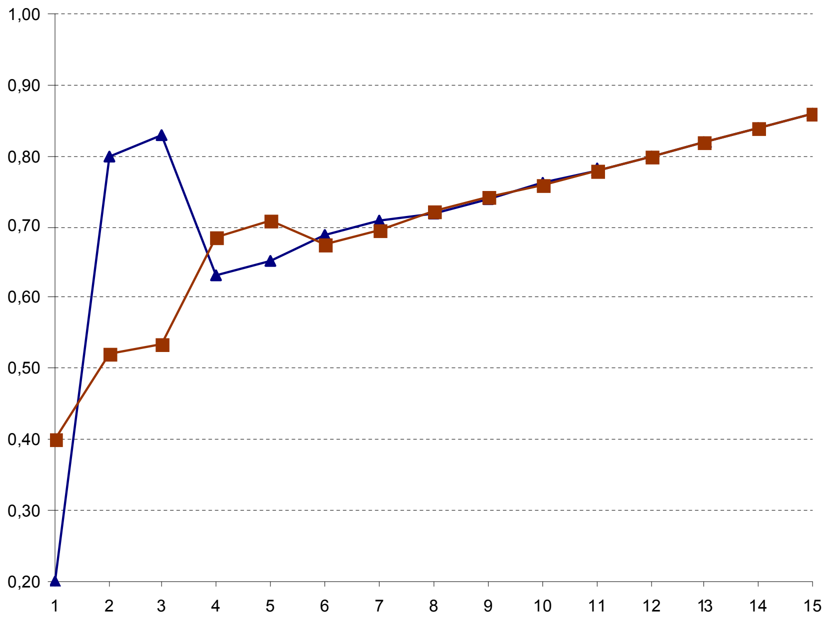
$$x_i^t(\theta_i^{t-1}) = \frac{\theta_i^{t-1}}{4\alpha + r},\ i = 1, 2,\ t = 1, 2, \ldots .$$

**Время адаптации команды** – время, за которое при неизменном значении состояния природы агенты на основании наблюдаемой информации могут однозначно (или с заданной априори точностью) идентифицировать состояние природы. Значение времени адаптации определяется тем, какие параметры наблюдают агенты, размерностью вектора, описывающего состояние природы, а также свойствами точечно-множественных отображений $\pi(\cdot)$, $\delta(\cdot)$ и $\rho(\cdot)$.

# АДАПТАЦИЯ КОМАНД: ПРИМЕР




*Процесс адаптации команды (представлений агентов о состоянии природы) к резкому изменению внешних условий на 11-ом шаге*




*Динамика действий агентов при линейном изменении состояния природы*

# V. ОБУЧЕНИЕ КОМАНД

# ОБУЧЕНИЕ: ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

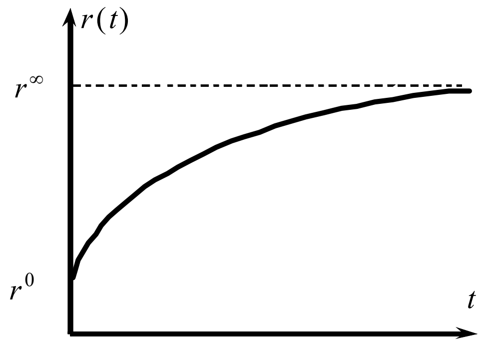
**Итеративное научение**, как правило, характеризуется замедленно-асимптотическими кривыми научения, аппроксимируемыми экспоненциальными кривыми:

$$r(t) = r^\infty + (r^0 - r^\infty)\, e^{-\gamma t},\ t \geq 0,$$

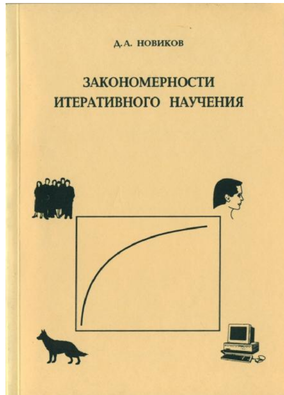
или дискретной последовательностью

$$r^k = r^\infty + (r^0 - r^\infty)\, e^{-\gamma k},\ k = 1, 2, \dots ,$$

где $t$ – время научения, $k$ – число итераций (проб, попыток) с момента начала научения, $r(t)$ ($r_k$) – тип агента (уровень навыка, квалификация) в момент времени $t$ (на $k$-ой итерации), $r^0 > 0$ – начальное значение (соответствующее моменту начала научения – первому периоду времени) типа, $r^\infty$ – «конечное» значение, $r^\infty \geq r^0$, $\gamma$ – некоторая неотрицательная константа, определяющая скорость изменения типа и называемая скоростью научения.




*Экспоненциальная кривая научения*




Обозначим $y^k \geq 0$ – выполняемый агентом в $k$-ом периоде времени объем работ. Если интерпретировать тип агента (уровень навыка) $r^k \in [0; 1]$ как долю успешных действий агента, то, выполняя в периоде $k$ объем работ $y^k$, агент достигнет результата $z^k = r^k y^k$. Тогда результат агента – суммарный объем работ, успешно выполненных агентом за $k$ периодов времени, равен $Z^k = \sum_{l=1}^{k} r^l y^l$ .

С другой стороны, агентом выполнен больший объем (успешных и неуспешных) работ: $Y^k = \sum_{l=1}^{k} y^l$ . Этот объем работ условно можно считать тем «опытом», который приобрел агент. Тогда: $r^k = 1 - (1 - r^0) \exp(-\gamma\, Y^{k-1})$, $k = 2, 3, \dots$ .

Обозначим $y^{1,\tau} = (y^1, y^2, \dots, y^\tau)$, $\tau = 1, 2, \dots$ и условимся считать, что $y^0 = 0$.

Динамика объемов успешно выполненных работ и типов агента:

$$Z^k = \sum_{l=1}^{k} y^l \{1 - (1 - r^0) \exp(-\gamma \sum_{m=1}^{l-1} y^m)\},$$

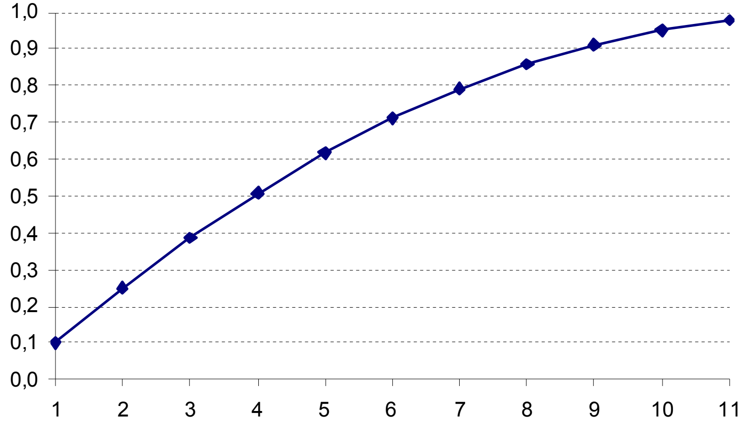
$$r^k = 1 - (1 - r^0) \exp(-\gamma \sum_{l=1}^{k-1} y^l),\ k = 2, 3, \dots .$$

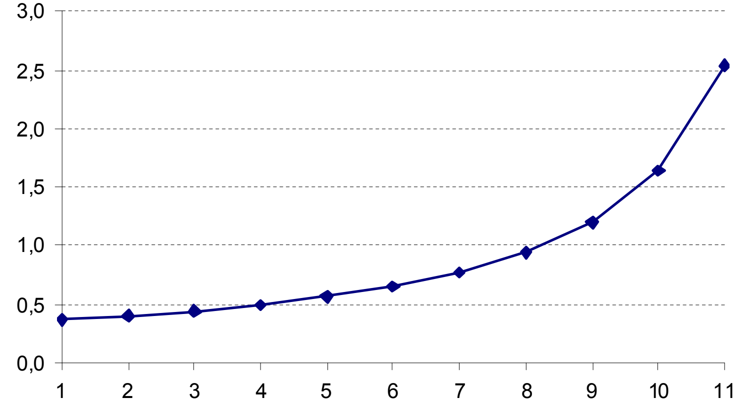
# ЗАДАЧА ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ОБУЧЕНИИ ОДНОГО АГЕНТА

**Задача об оптимальном обучении.** Фиксируем суммарный объем работ $Y$, которые может выполнить агент, и время обучения $T$. Требуется найти траекторию, максимизирующую результат $Z$:

$$\begin{cases} Z^{\tau} \to \max \\ Y^{\tau} \le Y \\ \tau \le T \end{cases}, \quad \text{что эквивалентно} \quad \sum_{l=1}^{T} y^{l} \exp\left(-\gamma \sum_{m=1}^{l-1} y^{m}\right) \to \min_{\{y^{1,T} \mid \sum_{\tau=1}^{T} y^{\tau} = Y\}} .$$

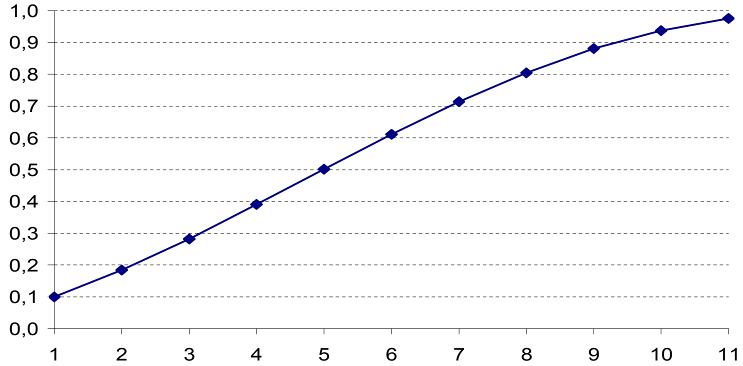
**Пример**

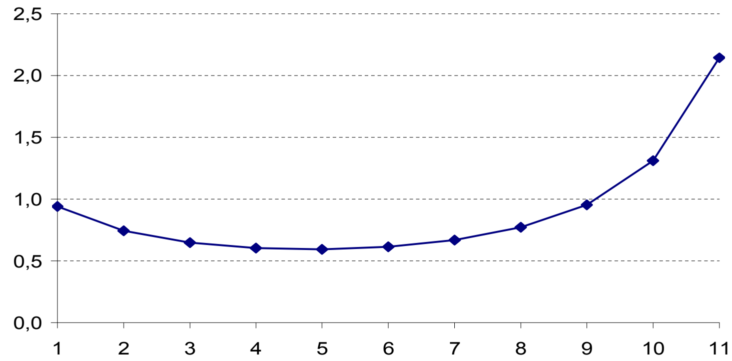



*Динамика типов агента*

*Динамика оптимальных объемов работ*



# ЗАДАЧА ОБ ОПТИМАЛЬНОМ СОВМЕСТНОМ ОБУЧЕНИИ НЕСКОЛЬКИХ АГЕНТОВ

**Описание модели**

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ – команда, состоящая из $n$ агентов;

$Z_i^k = \sum_{l=1}^{k} y_i^l \{1 - (1 - r_i^0) \exp(-\gamma_i \sum_{m=1}^{l-1} y_i^m)\}$ – объемы успешно выполненных работ;

$r_i^k = 1 - (1 - r_i^0) \exp(-\gamma_i \sum_{l=1}^{k-1} y_i^l)$, $k = 2, 3, \dots$, $i \in N$. – типы агентов.

Если результат команды является суммой результатов агентов, то есть: $Z^k = \sum_{i=1}^{n} Z_i^k$ , $k = 1, 2, \dots$ ,

то **задача об оптимальном обучении нескольких агентов** примет вид:

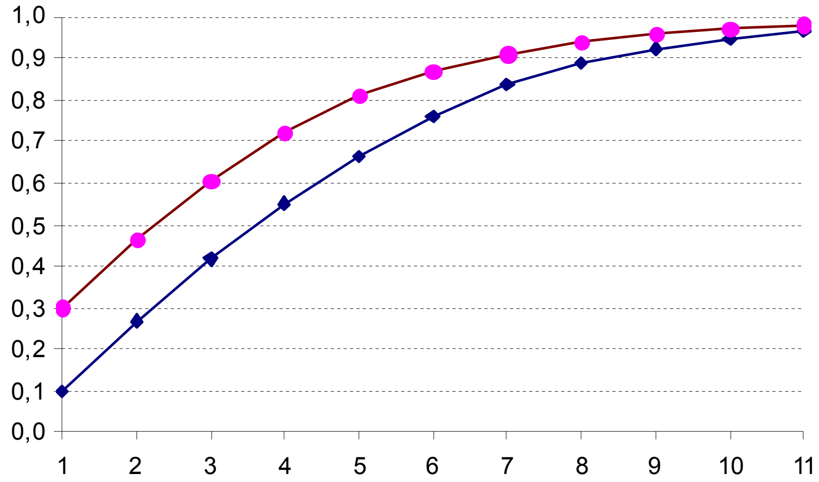
$$Z^T \to \max_{\{y_i^{1,T} | \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} y_i^\tau = Y\}},$$

то есть:

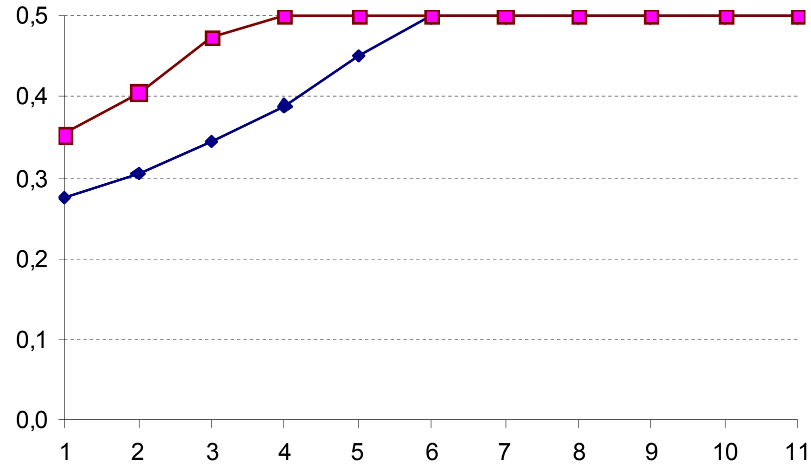
$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{T} y_i^l \{1 - (1 - r_i^0) \exp(-\gamma_i \sum_{m=1}^{l-1} y_i^m)\} \to \max_{\{y_i^{1,T} | \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} y_i^\tau = Y\}}.$$

Утверждение. Если скорости научения агентов одинаковы, то оптимальным распределением работ является выполнение всего объема работ агентом с максимальной начальной квалификацией. Если начальные квалификации агентов одинаковы, то оптимальным распределением работ является выполнение всего объема работ агентом с максимальной скоростью научения.

# ПРИМЕР СОВМЕСТНОГО ОБУЧЕНИЯ ДВУХ АГЕНТОВ




*Динамика типов агентов*




*Динамика оптимальных объемов работ*

# ЗАДАЧА ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ОБУЧЕНИИ С УЧЕТОМ ОБМЕНА ОПЫТОМ

В командах имеет место обмен опытом, и агенты, наблюдая за деятельностью других (их успехами и трудностями), могут также приобретать опыт. Для того, чтобы отразить этот эффект будем описывать «опыт», накопленный агентом, не только как сумму его собственных действий, но и добавим к этой сумме взвешенную сумму действий других агентов:

$$Z_i^k = \sum_{l=1}^{k} y_i^l \{1-(1-r_i^0)\exp(-\gamma_i \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} \sum_{m=1}^{l-1} y_j^m)\},$$

$$r_i^k = 1 - (1 - r_i^0) \exp(-\gamma_i \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} \sum_{l=1}^{k-1} y_j^l), \; k = 2, 3, \dots, i \in N,$$

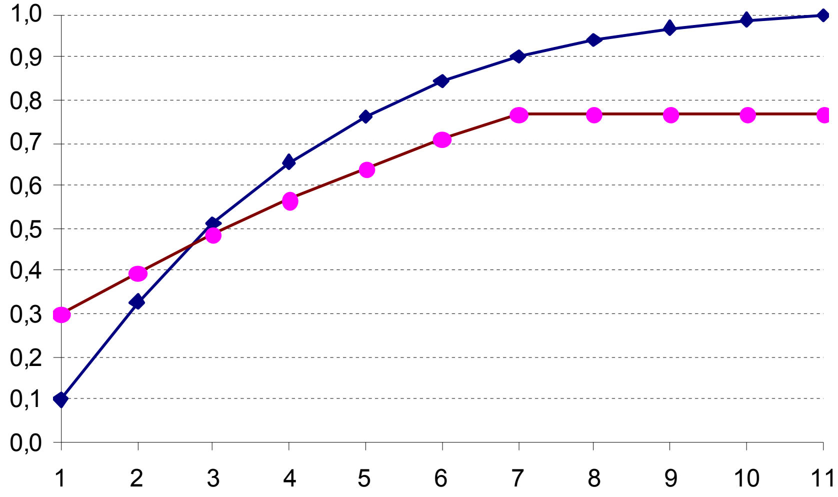
где константы $\{\alpha_{ij} \geq 0\}$ могут интерпретироваться как эффективности передачи опыта от $j$-го агента $i$-му, $i, j \in N$.

Тогда **задача об оптимальном обучении с учетом обмена опытом** примет вид:

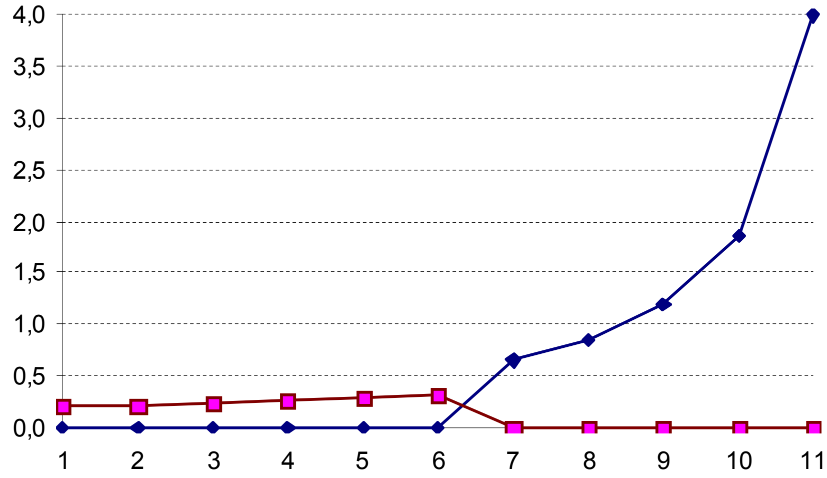
$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{T} y_i^l \{1-(1-r_i^0)\exp(-\gamma_i \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} \sum_{m=1}^{l-1} y_i^m)\} \to \max_{\{y_i^{1,T} | \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} y_i^\tau = Y\}}.$$

**Пример.** Пусть скорости научения двух агентов одинаковы, второй агент обладает большей начальной квалификацией) при матрице $||\alpha_{ij}|| = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Качественно, первый агент обучается на своем опыте и на опыте второго агента (даже более эффективно, чем на своем). Второй же агент обучается только на своем собственном опыте.

# ПРИМЕР ОБУЧЕНИЯ В КОМАНДЕ




*Динамика типов агентов*




*Динамика оптимальных объемов работ*

# РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ ОБУЧЕНИЯ КОМАНД

**Выводы:**

- при фиксированном суммарном объеме работ одного агента результативные характеристики научения не зависят от того, как объемы работ распределены по периодам времени;

- решение задачи об оптимальном итеративном научении одного агента не зависит от его начальной квалификации;

- чем выше скорость научения агента, тем больший объем работ он должен выполнять в последних периодах (и, соответственно, тем меньший объем работ необходимо выделять на начальные периоды для повышения его начальной квалификации);

- оптимальной стратегией итеративного научения является увеличение объема работ агента со временем, причем, чем выше скорость обучения, тем более «выпуклой» является оптимальная траектория обучения. Если кривая научения выпуклая (агент обучается все более и более эффективно), то оптимальная траектория обучения будет убывающей, то есть оптимальной стратегией обучения будет уже не увеличение, а уменьшение объема работ агента со временем;

- если отсутствуют ограничения на индивидуальные объемы работ, то в команде весь объем работ выполняет «лучший» (с точки зрения комбинации начальной квалификации и скорости научения) агент;

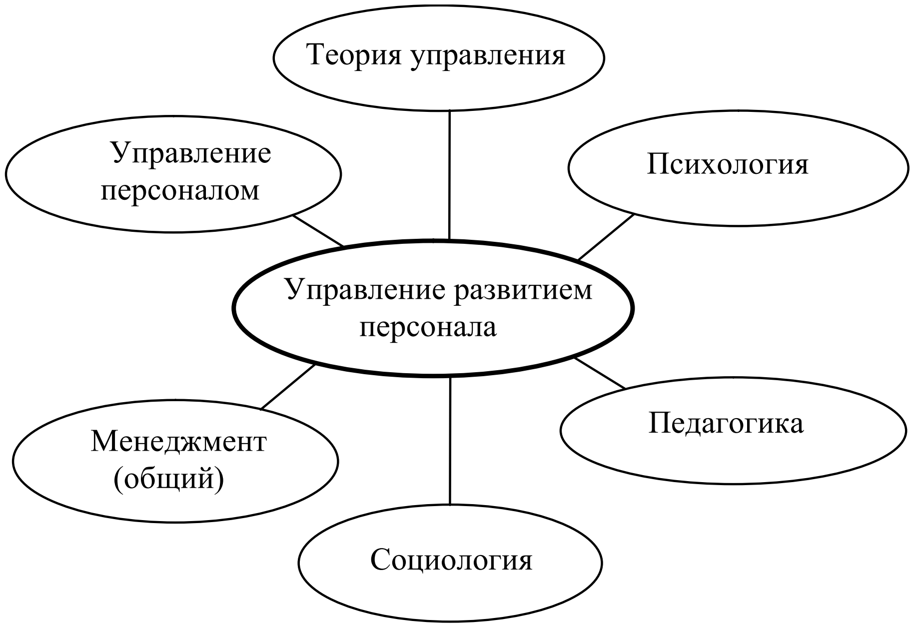
- недостаток начальной квалификации агента может быть успешно компенсирован эффективным обучением как на его собственном, так и чужом опыте;

- важнейшим условием стабильного и эффективного функционирования команды является наличие общего знания, на формирование которого обычно нацелено большинство организационных и других усилий в процессе формирования и обучения команды.

# VI. ПРОБЛЕМЫ РАЗВИТИЯ ПЕРСОНАЛА

# РАЗВИТИЕ ПЕРСОНАЛА

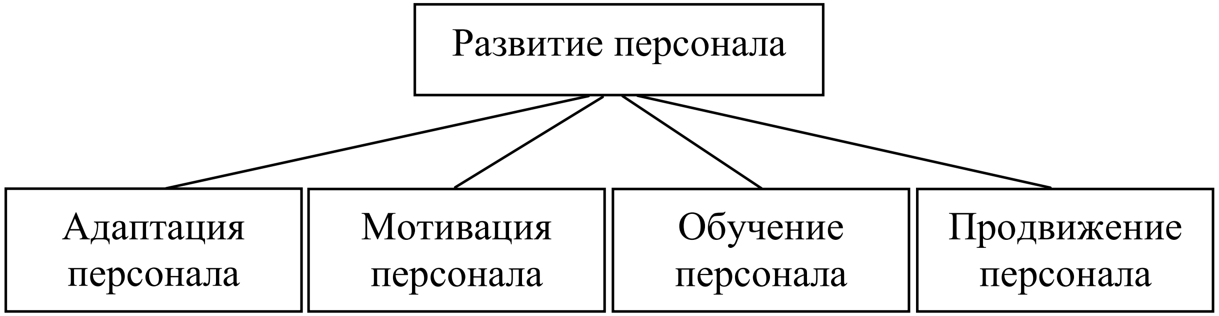
**Управление развитием персонала** - воздействие на сотрудников организации, осуществляемое с целью повышения эффективности их деятельности с точки зрения интересов данной организации.




*Управление развитием персонала с точки зрения различных наук*


*Развитие организации и развитие персонала*

# ЗАДАЧИ РАЗВИТИЯ ПЕРСОНАЛА



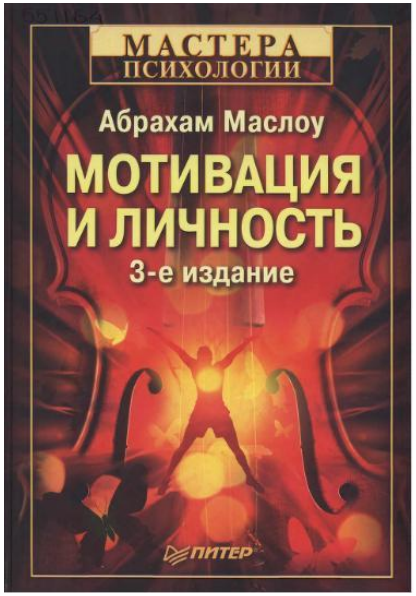

*Развитие персонала*

<table>
<tr><th colspan="3">УПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЕМ ПЕРСОНАЛА</th></tr>
<tr><td rowspan="1">С точки зрения организации<br>(предмет управления «привязан» к функциям сотрудников)</td><td colspan="2">С точки зрения личности<br>(предмет управления с позиций организации «привязан» к эффективности выполнения сотрудниками своих функций)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Подбор<br>Найм<br>Расстановка<br>Увольнение</td><td>Индивидуальное развитие</td><td>Коллективное развитие</td></tr>
<tr><td>Адаптация<br>Мотивация<br>Профессиональное развитие (обучение)<br>Продвижение</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Компенсации и льготы</td></tr>
</table>

# VII. МОДЕЛЬ ИЕРАРХИИ ПОТРЕБНОСТЕЙ

# ПИРАМИДА А.Маслоу


Пирамида А.Маслоу




*Степень* (*уровень*) *удовлетворения* $i$-ой *потребности* зависит от ресурса $u_i \geq 0$, направляемого на удовлетворение этой потребности, и от степеней удовлетворения потребностей более низких уровней:

$$(1)\ x_i(u_1, u_2, \ldots, u_i) = \min \{f_i(u_i), \min_{j=\overline{1,i-1}} \alpha_{ij} x_j\},\ i \in N,$$

где $f_i$: $\Re^1_+ \to [0;\ 1]$ – известные строго монотонные непрерывные функции,

$\alpha_{ij} \in (0;\ 1]$ – константы (веса), отражающие взаимосвязь между потребностями, $j \leq i,\ i \in N$.

# ПРЯМАЯ ЗАДАЧА

В качестве агрегированной степени удовлетворения потребностей $s \in [0; 1]$ выберем степень удовлетворения высшей из потребностей:

(2) $s(u) = x_n(u)$,

где $u = (u_1, u_2, ..., u_n) \in \Re_+^n$ – вектор ресурсов.

Введем в рассмотрение граф $(N, E)$, где множество дуг $E$ представляет собой совокупность дуг от каждой вершины (соответствующей потребности) ко всем вершинам-потребностям более высокого уровня. Вычислим «потенциал» $i$-ой вершины:

(3) $x_i^{\max} = \min\limits_{j<i} (x_j^{\max} \cdot \alpha_{ij}),\ i \in N \setminus \{1\}$.

Выражения (1) и (2) позволяют при заданных функциях $f_i(\cdot)$ и векторе ресурсов $u$ найти степень удовлетворения потребностей.

Можно решить и обратную задачу – поиска минимальных значений ресурсов $u^*(s^*)$, обеспечивающих достижение заданного уровня

(4) $s^* \le x_n^{\max}$

удовлетворения потребностей. Обозначим $\boldsymbol{\alpha} = ||\alpha_{ij}||_{i, j \in N}$ – матрицу весов (вес $\alpha_{ii}$ будем считать равным единице, $i \in N$), $f_i^{-1}(\cdot)$ – функцию, обратную к функции $f_i(\cdot)$, $i \in N$, $l_{ij} = ln(1 / \alpha_{ij})$, $L_i$ – длину максимального пути в графе $(N, E)$ из вершины $i$ в вершину $n$ при условии, что длины дуг равны $l_{ij}$, $i \in N$.

Если функции $f_j(\cdot)$ принимают значение $s^*$ при конечных значениях ресурса, то решение этой задачи, очевидно, имеет вид:

(5) $u_i^*(s^*, \boldsymbol{\alpha}) = f_i^{-1}(s^* \exp(L_i)),\ i \in N$.

Утверждение 1. Минимальные значения ресурсов, обеспечивающие достижение заданного уровня $s^* \le x_n^{\max}$ удовлетворения потребностей, определяются выражением (5).

# ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Предположим, что первичные потребности не являются насыщаемыми, то есть $u_i(t) = q_i$, $i = \overline{1,k}$, а вторичные потребности – насыщаемые, то есть $u_i(t) = q_i\, t$, $i = \overline{k+1,n}$. Для простоты здесь и далее будем считать, что $\alpha_{ij} = 1$, $i \in N$, $j \leq i$. Тогда $L_i = 0$, $i \in N$, и получаем следующие уравнения динамики степеней удовлетворения потребностей в зависимости от вектора $q = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$ ресурсов, потребляемых в единицу времени:

(6) $x_i(q_1, q_2, \ldots, q_i, t) = \min\limits_{j=\overline{1,i}} f_j(q_j)$, $i = \overline{1,k}$,

(7) $x_i(q_1, q_2, \ldots, q_i, t) = \min \{ \min\limits_{j=\overline{1,k}} f_j(q_j), \min\limits_{m=\overline{k+1,i}} f_m(q_m\, t)\}$, $i = \overline{k+1,n}$.

Вектор ресурсов должен удовлетворять балансовому ограничению:

(8) $\sum\limits_{i \in N} q_i \leq Q$.

Получим условие достижимости уровня удовлетворения потребностей $s^*$ за конечное время.

Утверждение 3. Для достижения агрегированного уровня удовлетворения потребностей $s^* \leq x_n^{\max}$ за конечное время, достаточно выполнения следующего условия

(9) $\sum\limits_{i=1}^{k} f_i^{-1}(s^*) < Q$.

# ЭФФЕКТИВНОСТЬ МОТИВАЦИИ

Утверждение 4. Если $s^* \le x_n^{\max}$ и выполнено условие (9), то решение **задачи о быстродействии** имеет вид:

(12) $q_i = f_i^{-1}(s^*),\ i = \overline{1, k}$,

(13) $q_m = \dfrac{f_m^{-1}(s^*)}{\sum\limits_{l=k+1}^{n} f_l^{-1}(s^*)} \left(Q - \sum\limits_{i=1}^{k} f_i^{-1}(s^*)\right),\ m = \overline{k+1, n}$,

(14) $T^*(s^*, Q) = \dfrac{\sum\limits_{l=k+1}^{n} f_l^{-1}(s^*)}{Q - \sum\limits_{i=1}^{k} f_i^{-1}(s^*)}$.

**Задача терминального управления** – минимизации суммарных ресурсов на достижение за заданное время требуемой степени удовлетворения потребностей; или максимизации агрегированного уровня удовлетворения потребностей за заданное время при фиксированных ограничениях на ресурсы.

Из выражений (11)-(14) можно получить зависимость $s^*(t)$, описывающую (при оптимальном распределении ресурса) зависимость степени удовлетворения потребностей от времени.

Для случая, когда $\forall\, i \in N\ f_i(\cdot) = f(\cdot)$ получаем:

(15) $s^*(Q, t) = f\left(\dfrac{Q\,t}{n - k + k\,t}\right)$.

Величина

(16) $k(Q, t) = \dfrac{s^*(Q, t)}{Q \cdot t}$

может рассматриваться как эффективность расходования ресурсов организации на удовлетворение потребностей (мотивацию) сотрудников.

Предположим, что функция $f(\cdot)$ имеет ограниченную производную. Тогда, подставляя (15) в (16), вычисляя производную по времени, получаем, что справедливо следующее утверждение.

Утверждение 5. Со временем **эффективность расходования ресурсов на мотивацию** уменьшается.

# VIII. МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ КАРЬЕРОЙ

# КАРЬЕРА

**Карьера** – «путь к успеху, видному положению в обществе, на служебном поприще».

**Типы карьеры**: внутриорганизационная – межорганизационная, вертикальная – горизонтальная – ступенчатая, специализированная карьера – неспециализированная карьера.

Для фиксированного индивидуума введем ориентированный граф $(V, E)$, вершины которого соответствуют возможным должностям, которые он может занимать, причем вершины $v_{i,j}$ упорядочены в том смысле, что дуги идут только от вершин с меньшим первым индексом к вершинам с большим первым индексом. Содержательно, первый индекс $i \in I = \{1, 2, ..., m\}$ отражает номер уровня иерархии, второй индекс – $j \in J(i)$ – множеству должностей на $i$-ом уровне иерархии. Длину дуги $t_{i,j}^{k,l} \geq 0$ ($t_{i,j}^{k,l} = +\infty$ при $k < i$) из вершины $i, j$ в вершину $k, l$ будем считать отражающей время, которое необходимо проработать на должности $j$ уровня $k$, для того, чтобы занять должность $l$ на уровне $k$.

Для каждой пары вершин $i, j$ и $k, l$, $k > i$, можно найти длину $T_{i,j}^{k,l}$ кратчайшего пути, соединяющего эти вершины:

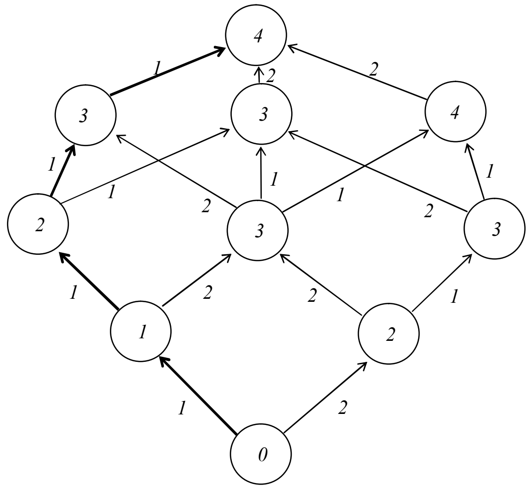
(1) $\tau_{i,j}^{k} = \min\limits_{l \in J(k)} T_{i,j}^{k,l}$.

Величина (1) может интерпретироваться как минимальное время, необходимое для того, чтобы, начиная с $j$-ой должности на $i$-ом уровне иерархии, достичь $k$-го уровня иерархии. Величина

(2) $\tau_{0}^{k} = \min\limits_{l \in J(k)} T_{0}^{k,l}$

отражает минимальное время, необходимое для того, чтобы, «стартуя» с самого начала профессиональной карьеры, достичь $k$-го уровня иерархии.

**Пример**



$\tau_0^1 = 1,\ \tau_0^2 = 2,\ \tau_0^3 = 3,\ \tau_0^4 = 4$

# ПРОДВИЖЕНИЕ ПЕРСОНАЛА

Введем в рассмотрение марковскую цепь, вершины которой соответствуют уровням иерархии должностей в рассматриваемой организации, то есть принадлежат упорядоченному множеству $I = \{1, 2, ..., m\}$. Добавим $m + 1$-ю вершину, соответствующую увольнению из организации, и будем считать, что известны вероятности переходов: $p_{ii}$ – вероятность того, что в следующем периоде сотрудник останется на том же ($i$-ом) уровне, $p_{ij}$ – вероятность того, что он перейдет на $j$-ый уровень, $j > i$, $p_{im+1}$ – вероятность того, что уволится (вероятность перехода $p_{m+1,m+1}$ будем считать равной единице – предположим, что, один раз уволившись из данной организации, сотрудник в нее не вернется). Вероятности $p_{ij}$, $j < i$, будем считать равными нулю (понижение в должности невозможно).

Обозначим $\boldsymbol{p}(0) = (0, 0, ..., 1, ..., 0, 0)$ – $m$+1-мерный стохастический вектор, все компоненты которого, кроме одной (не равной $l$), равны нулю. Эта компонента, номер которой соответствует уровню иерархии $l$, на котором находится или поступает на работу сотрудник. Матрицу переходных вероятностей обозначим $\boldsymbol{P} = ||p_{ij}||$.

Тогда динамика $\boldsymbol{p}(t)$ состояний марковской цепи будет удовлетворять

(3) $\boldsymbol{p}(t) = \boldsymbol{p}(0)\, \boldsymbol{P}^t$, $t = 1, 2, ...$ .

Содержательно, $p_i(t)$ – вероятность того, что в момент времени $t$ сотрудник будет находиться на $i$-ом уровне иерархии, $i \in I$.

# ПРОДВИЖЕНИЕ ПЕРСОНАЛА. ПРИМЕР

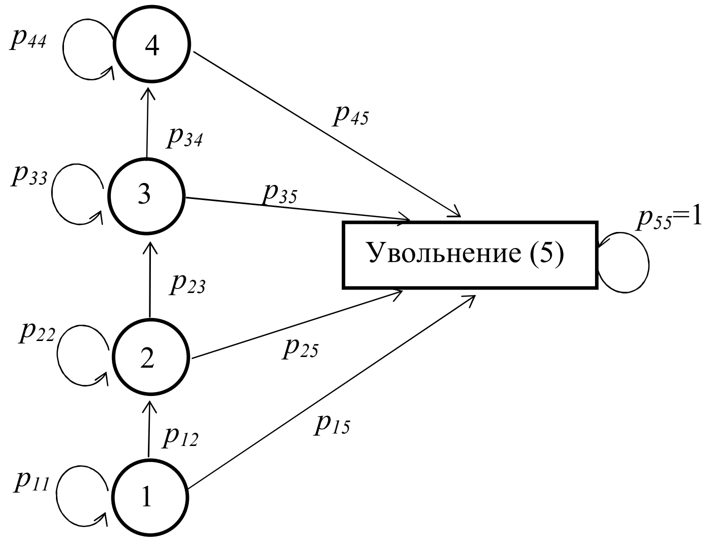
Будем рассматривать сотрудника, поступающего на нижний уровень иерархии в организации. Решение задачи об индивидуальной карьере имеет вид $(\tau_0^i)_{i \in I}$ – совокупность минимальных времен, через которые сотрудник планирует достичь соответствующего уровня иерархии (см. выражение (2)).

Решение задачи о продвижении персонала можно представить в виде матрицы $p_{ji} = p_j(\tau_0^i)$, $i, j \in I$, строки которой содержат вероятности того, что в момент времени $\tau_0^i$ сотрудник будет находиться на $j$-ом уровне иерархии.

Можно вводить различные агрегированные критерии согласованности планов индивидуума с предложениями карьерного роста в организации. Например - *вероятность неуспешной карьеры* (с точки зрения данного сотрудника) как максимальную вероятность того, что уровень иерархии, на котором будет находиться сотрудник, окажется меньше того, на который он рассчитывал:

(4) $Q = \max\limits_{i=\overline{1,m}} \sum\limits_{j<i} p_{ji}(\tau_0^i)$.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | Увольнение (5) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,7 | 0,2 | 0 | 0 | 0,1 |
| 2 | 0 | 0,8 | 0,1 | 0 | 0,1 |
| 3 | 0 | 0 | 0,7 | 0 | 0,2 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0,9 | 0,1 |
| Увольнение (5) | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |




Из (4) получаем:

$Q = \max\{0, 0.49, 0.58, 0.4\} = 0.58.$

# ЛИТЕРАТУРА

1.*Введение в теорию управления организационными системами*: Учебник.
– М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.

2.Губко М.В., Новиков Д.А. *Теория игр в управлении организационными системами*.
– М.: Синтег, 2002.

3.Иващенко А.А., Новиков Д.А. ***Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы***. – М.: Ленанд, 2006.

4.Новиков Д.А. ***Математические модели формирования и функционирования команд.***
– М.: Издательство физико-математической литературы, 2008.

5.Новиков Д.А. *Теория управления организационными системами*.
– М.: Физматлит, 3-е изд. 2012.

6.Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. *Рефлексия и управление*. – М.: Физматлит, 2013.

Все работы можно найти в свободном доступе
в электронной библиотеке на сайте [www.mtas.ru](http://www.mtas.ru)