

1. Среднее и вариация для \bar{X}

Если S – это сумма

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_n,$$

Среднее для суммы равно

$$E(S) = \mu_S = \mu + \mu + \dots + \mu = n\mu.$$

Если X_i независимы, то для вариации имеем

$$\text{Var}(S) = \sigma_S^2 = \sigma^2 + \sigma^2 + \dots + \sigma^2 = n\sigma^2,$$

что дает $\sigma_S = \sigma\sqrt{n}$.

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{S}{n},$$

то есть $\mu_{\bar{X}} = \frac{n\mu}{n} = \mu$ и $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma\sqrt{n}}{n} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Центральная предельная теорема

Если X_1, X_2, \dots, X_n - случайная выборка из генеральной совокупности со средним μ и стандартным отклонением σ , то

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \text{ приблизительно.}$$

Обычно – это хорошая аппроксимация для $n \geq 20$