

**Распределение влияния партий
и фракций в парламенте
и в Совете директоров компании.
Коалиции.**

Распределение влияния групп и фракций в парламенте. Коалиции

Германия – выборы в Рейхстаг

14 сентября 1930 г.

Партии	Деп.	%
Соц.-дем. партия	143	25
НСДАП	107	19
Ком. партия	77	13
Центристы	68	12
Нац. нар. партия	41	7
Другие партии	137	24
Всего:	573	100

56%

26%

31 июля 1932 г.

Партии	Деп.	%
Соц.-дем. партия	133	22
НСДАП	230	38
Ком. партия	89	15
Центристы	75	12
Нац. нар. партия	37	6
Другие партии	44	7
Всего:	608	100

49%

44%

6 ноября 1932 г.

Партии	Деп.	%
Соц.-дем. партия	121	21
НСДАП	192	33
Ком. партия	100	17
Центристы	70	12
Нац. нар. партия	52	9
Другие партии	45	8
Всего:	580	100

50%

42%

5 марта 1933 г.

Партии	Деп.	%
Соц.-дем. партия	120	19
НСДАП	288	45
Ком. партия	81	13
Центристы	74	11
Нац. нар. партия	52	8
Другие партии	32	5
Всего:	647	100

43%

53%

Распределение влияния групп и фракций в парламенте. Коалиции

Израиль, Кнессет 18-го созыва, февраль 2009 г.

Распределение мест:

1. Кадима	-	28 мест	(Ц. Ливни)	- центристы
2. Ликуд	-	27	(Б. Нетаньяху)	- правые
3. Наш дом Израиль	-	15	(А. Либерман)	- выходцы из бывш. СССР
4. Авода	-	13	(Э. Барак)	- левые
5. ШАС	-	11		- ортодоксы
6. Яадут а-Тора	-	5		- ультраортодоксы
7. Ихуд Леуми	-	4		- ортодоксы
8. ХАДАШ	-	4		- арабская партия + коммунисты
9. РААМ-ТААЛ	-	4		- арабская партия
10. МЕРЕЦ	-	3		- левые
11. БАЛАД	-	3		- арабская партия
12. Байт Йегуди	-	3		- ортодоксы

Всего мест: 120

Выигрывающая коалиция – 61 место (назначение премьер-министра и формирование правительства)

Правые + ортодоксы: 27 + 11 + 5 + 4 + 3 = 50

Левые + центристы: 28 + 13 + 4 + 4 + 3 + 3 = 55

Распределение влияния групп и фракций в парламенте. Коалиции.

Региональные выборы в земельные парламенты (лантаги) Германии
(30 августа 2009 г.)

Провинция: Саар

<i>Партия</i>	<i>%</i>
ХДС	34,5
СДПГ	24,5
Левые	21,3
СвДП	9,2
Зеленые	5,9
ХСС	4,6
<i>Всего:</i>	100

$$\text{ХДС} + \text{СвДП} + \text{ХСС} = 34,5 + 9,2 + 4,6 = 48,3\%$$

$$\text{СДПГ} + \text{Левые} = 24,5 + 21,3 = 45,8\%$$

Распределение влияния групп и фракций в парламенте. Коалиции

Определение. Коалиция называется **выигрывающей**, если она может принять решение без голосов остальных партий

Пример. Парламент – 100 мест. Партия А – 34 голоса, В – 33 голоса, С – 33 голоса.
Правило принятия решения – простое большинство (> 50 голосов).
Выигрывающие коалиции: А+В, В+С, А+С, А+В+С.
А, В и С имеют по 3 выигрывающие коалиции.

Пример. Парламент – 100 мест. Партия А – 48 голосов, В – 48 голосов, С – 4 голоса.
Правило принятия решения – простое большинство (> 50 голосов).
Выигрывающие коалиции: А+В, В+С, А+С, А+В+С.
А, В и С имеют по 3 выигрывающие коалиции.

Пример. Парламент – 100 мест. Партия А – 50 голосов, В – 49 голосов, С – 1 голос.
Правило принятия решения – простое большинство (> 50 голосов).
Выигрывающие коалиции: А+В, А+С, А+В+С.
А имеет 3 выигрывающие коалиции,
В и С имеют 2 выигрывающие коалиции.

Пример. Парламент – 100 мест. Партия А – 50 голосов, В – 49 голосов, С – 1 голос.
Правило принятия решения – простое большинство (> 50 голосов).
Не все коалиции возможны (А и В не вступают в коалицию).
Выигрывающая коалиция: А+С.
А и С имеют по одной выигр. коалиции, В – не входит ни в одну выигр. коал.

Три партии: А, В и С.

Обозначим: $w(A)$ – число выигрывающих коалиций, в которые входит партия А;

$w(B)$ – число выигрывающих коалиций, в которые входит партия В;

$w(C)$ – число выигрывающих коалиций, в которые входит партия С

Казалось бы, можно ввести такой индекс влияния партии в парламенте:

$\alpha(A)$ – индекс влияния партии А

$$\alpha(A) = \frac{w(A)}{w(A) + w(B) + w(C)}$$

Почему такой индекс никуда не годится?

Пример. В парламенте 100 мест, партия А – 98 мест, партия В – 1 место, партия С – 1 место. Правило принятия решения – простое большинство (51 голос).

Тогда выигрывающие коалиции: А, А+В, А+С, А+В+С

$$w(A) = 4, \quad w(B) = 2, \quad w(C) = 2$$

$$\text{Тогда: } \alpha(A) = \frac{4}{4+2+2} = \frac{4}{8}; \quad \alpha(B) = \alpha(C) = \frac{2}{4+2+2} = \frac{2}{8}$$

Индекс Банцафа влияния на создание коалиций (Penrose (1946), Banzhaf (1965))

n – число партий в парламенте

Определение. Партия в выигрывающей коалиции называется **ключевой**, если при ее выходе из коалиции коалиция перестает быть выигрывающей.

$$\beta(i) = \frac{b_i}{\sum_{j=1}^n b_j} - \text{индекс Банцафа для партии } i \text{ (} b_i \text{ - число коалиций,}$$

в которых партия i является ключевой)

Пример. Парламент – 100 мест. Партия А – 98 голосов, В – 1 голосов, С – 1 голос.

Правило принятия решения – простое большинство (> 50 голосов).

Выигрывающие коалиции: А, А+В, А+С, А+В+С.

А является ключевой в 4 выигрывающих коалициях: А, А+В, А+С, А+В+С;

В не является ключевой ни в одной выигрывающей коалиции;

С не является ключевой ни в одной выигрывающей коалиции

$$\Rightarrow \begin{aligned} \beta(A) &= \frac{4}{4+0+0} = \frac{4}{4} = 1 \\ \beta(B) &= \beta(C) = \frac{0}{4+0+0} = \frac{0}{4} = 0 \end{aligned}$$

Пример. Парламент – 100 мест. Партия А – 50 голосов, В – 49 голосов, С – 1 голос.
Правило принятия решения – простое большинство (> 50 голосов).

Выигрывающие коалиции: А+В, А+С, А+В+С.

А является ключевой в 3 выигрывающих коалициях: А+В, А+С, А+В+С;
В является ключевой в 1 выигрывающей коалиции: А+В;
С является ключевой в 1 выигрывающей коалиции: А+С



$$\beta(A) = \frac{3}{3+1+1} = \frac{3}{5}$$
$$\beta(B) = \beta(C) = \frac{1}{3+1+1} = \frac{1}{5}$$

$$\beta(A) + \beta(B) + \beta(C) = 1$$

Распределение мест в Палате общин провинции Британская Колумбия (Канада)

1. Новая дем. партия (НДП)	- 39 мест
2. Консервативная партия (КП)	- 37
3. Либеральная партия (ЛП)	- 15
4. Партия зеленых (ПЗ)	- 8
Всего мест:	99

Правило простого большинства (50% + 1 голос) , т.е. 50 голосов

Выигрывающие коалиции для НДП:

НДП + КП + ЛП + ПЗ (99 голосов)

НДП + КП + ЛП (91)

НДП + КП + ПЗ (84)

НДП + ЛП + ПЗ (62)

НДП + КП (76)

НДП + ЛП (54)

$$(b_{\text{НДП}} = 4)$$

Выигрывающие коалиции для ЛП:

ЛП + НДП + КП + ПЗ (99 голосов)

ЛП + НДП + КП (91)

ЛП + КП + ПЗ (60)

ЛП + НДП + ПЗ (62)

ЛП + НДП (54)

ЛП + КП (52)

$$(b_{\text{ЛП}} = 4)$$

$$\beta_{\text{НДП}} = \frac{b_{\text{НДП}}}{b_{\text{НДП}} + b_{\text{КП}} + b_{\text{ЛП}} + b_{\text{ПЗ}}} = \frac{4}{4 + 4 + 4 + 0} = \frac{1}{3}$$

Выигрывающие коалиции для КП:

КП + НДП + ЛП + ПЗ (99 голосов)

КП + НДП + ЛП (91)

КП + НДП + ПЗ (62)

КП + ЛП + ПЗ (60)

КП + НДП (76)

КП + ЛП (52)

$$(b_{\text{КП}} = 4)$$

Выигрывающие коалиции для ПЗ:

ПЗ + НДП + КП + ЛП (99 голосов)

ПЗ + НДП + КП (84)

ПЗ + НДП + ЛП (62)

ПЗ + КП + ЛП (60)

$$(b_{\text{ПЗ}} = 0)$$

$$\beta_{\text{НДП}} = \beta_{\text{КП}} = \beta_{\text{ЛП}} = \frac{1}{3}$$
$$\beta_{\text{ПЗ}} = \frac{0}{4 + 4 + 4 + 0} = 0$$

ОАО Газпром (2004 г.)

РФ – 38,37%

ЮЛ – 36,81%

ФЛ – 13,32%

ИИ – 11,5%

100%

По большинству голосов (50% +1 голос)

РФ – в 6 выигр. коалициях

ЮЛ – в 6 выигр. коалициях

ФЛ – в 6 выигр. коалициях

ИИ – в 3 выигр. коалициях

РФ явл. ключевым – в 4 выигр. коалициях

ЮЛ явл. ключевым – в 4 выигр. коалициях

ФЛ явл. ключевым – в 4 выигр. коалициях

ИИ явл. ключевым – в 0 выигр. коалициях

$$b(\text{РФ}) = 4$$

$$b(\text{ЮЛ}) = 4$$

$$b(\text{ФЛ}) = 4$$

$$b(\text{ИИ}) = 0$$

$$\beta(\text{РФ}) = \beta(\text{ЮЛ}) = \beta(\text{ФЛ}) = \frac{4}{4+4+4+0} = \frac{1}{3}$$

$$\beta(\text{ИИ}) = \frac{0}{4+4+4+0} = 0$$

Выигрывающие коалиции:

РФ + ЮЛ + ФЛ + ИИ (100%)

РФ + ЮЛ + ФЛ (88,5%)

РФ + ЮЛ + ИИ (86,68%)

РФ + ФЛ + ИИ (63,19%)

ЮЛ + ФЛ + ИИ (61,63%)

РФ + ЮЛ (75,18%)

РФ + ФЛ (51,69%)

ЮЛ + ФЛ (50,13%)

ОАО Газпром (2005 г.)

РФ – 50,002%

ЮЛ – 29,482%

ФЛ – 13,068%

ИИ – 7,448%

100%

По большинству голосов (50% +1 голос)

РФ – в 8 выигр. коалициях

ЮЛ – в 4 выигр. коалициях

ФЛ – в 4 выигр. коалициях

ИИ – в 4 выигр. коалициях

Выигрывающие коалиции:

РФ (50,002%)

РФ + ЮЛ + ФЛ + ИИ (100%)

РФ + ЮЛ + ФЛ (92,552%)

РФ + ЮЛ + ИИ (86,932%)

РФ + ФЛ + ИИ (70,518%)

РФ + ЮЛ (79,484%)

РФ + ФЛ (63,07%)

РФ + ИИ (57,45%)

РФ явл. ключевым – в 8 выигр. коалициях

$$b(\text{РФ}) = 8$$

ЮЛ явл. ключевым – в 0 выигр. коалициях

$$b(\text{ЮЛ}) = 0$$

ФЛ явл. ключевым – в 0 выигр. коалициях

$$b(\text{ФЛ}) = 0$$

ИИ явл. ключевым – в 0 выигр. коалициях

$$b(\text{ИИ}) = 0$$

$$\beta(\text{РФ}) = \frac{8}{8+0+0+0} = 1$$

$$\beta(\text{ЮЛ}) = \beta(\text{ФЛ}) = \beta(\text{ИИ}) = \frac{0}{8+0+0+0} = 0$$

ОАО Газпром (2004 г.)

РФ – 38,37%

ЮЛ – 36,81%

ФЛ – 13,32%

ИИ – 11,5%

100%

$$\beta(P\Phi) = \beta(ЮЛ) = \beta(ФЛ) = \frac{4}{4+4+4+0} = \frac{1}{3}$$

$$\beta(ИИ) = \frac{0}{4+4+4+0} = 0$$

Совет директоров 11 человек (по квоте Хара):

РФ – 4 чел.

ЮЛ – 4 чел.

ФЛ – 2 чел.

ИИ – 1 чел.

Выигрывающие коалиции (**50% + 1 голос = 6 голосов**):

РФ + ЮЛ + ФЛ + ИИ (11 голосов)

РФ + ЮЛ + ФЛ (10 голосов)

РФ + ЮЛ + ИИ (9 голосов)

РФ + ФЛ + ИИ (7 голосов)

ЮЛ + ФЛ + ИИ (7 голосов)

РФ + ЮЛ (8 голосов)

РФ + ФЛ (6 голосов)

ЮЛ + ФЛ (6 голосов)

$$\beta(P\Phi) = \beta(ЮЛ) = \beta(ФЛ) = \frac{4}{4+4+4+0} = \frac{1}{3}$$

$$\beta(ИИ) = \frac{0}{4+4+4+0} = 0$$

Совет директоров 11 человек (по квоте Хара):

РФ – 4 чел.

ЮЛ – 4 чел.

ФЛ – 2 чел.

ИИ – 1 чел.

Выигрывающие коалиции (2/3 голосов + 1 голос = 8 голосов):

РФ + ЮЛ + ФЛ + ИИ (11 голосов)

РФ + ЮЛ + ФЛ (10 голосов)

РФ + ЮЛ + ИИ (9 голосов)

РФ + ЮЛ (8 голосов)

$$\beta(P\Phi) = \beta(\text{ЮЛ}) = \frac{4}{4+4+0+0} = \frac{1}{2}$$

$$\beta(\Phi\text{Л}) = \beta(\text{ИИ}) = \frac{0}{4+4+0+0} = 0$$

Пример. Голосование в Совете Безопасности ООН.

5 постоянных членов (Великобритания, Китай, Россия, Франция, США)

10 переизбираемых членов.

Правило принятия решения – 9 голосов «за», причем 5 из них должны быть постоянными членами)

Каково влияние на принятие решений каждого члена Совета Безопасности ООН?

Это правило эквивалентно следующему правилу:

Великобритания -7 голосов

Китай - 7

Россия - 7

Франция - 7

США - 7

Польша - 1 голос

Канада - 1

Эфиопия - 1

Австралия - 1

Бразилия - 1

Индия - 1

Швеция - 1

ЮАР - 1

Турция - 1

Гондурас - 1

постоянные члены – по 7 голосов каждый;
временные члены – по 1 голосу каждый;

всего голосов – 45;

выигрывающая коалиция - 39 голосов

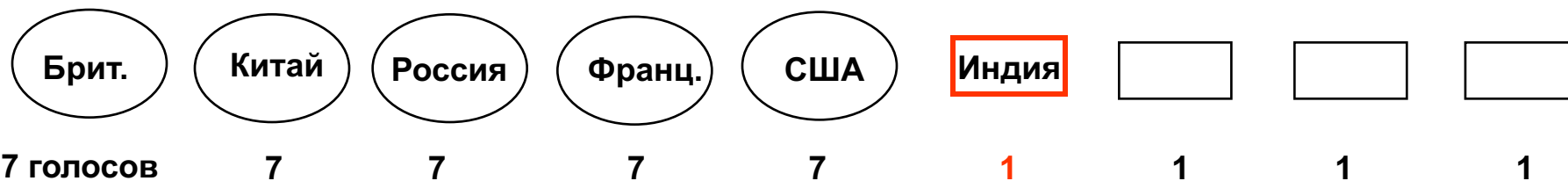
Решение принято, если оно получило 39 или более голосов.



т.е. решение принято, если все 5 постоянных членов «за» и 4 или более временных членов «за».

Обозначим: P – постоянные члены СБ,
 T – временные члены СБ.

Временный член T – ключевой, если в коалиции $5 \cdot P + 4 \cdot T$ будет 39 голосов.



Индия будет ключевым членом в:

$$C_9^3 = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{9!}{3! \cdot (9-3)!} = 84, \quad \text{т.е. } \underline{b(T) = 84}$$

Постоянный член P будет ключевым в коалициях с числом голосов:

$$5 \cdot P + 4 \cdot T = 39$$

$$5 \cdot P + 5 \cdot T = 40$$

... ..

$$5 \cdot P + 10 \cdot T = 45$$

$$\Rightarrow \quad b(P) = C_{10}^4 + C_{10}^5 + \dots + C_{10}^{10} = 848$$

Число всех коалиций, в которых хотя бы один из участников является ключевым, равно:

$$\sum_i b(i) = 10 \cdot b(T) + 5 \cdot b(P) = 10 \cdot 84 + 5 \cdot 848 = 5080$$

**P – постоянные члены СБ,
 T – временные члены СБ.**

Индекс Банцафа для постоянных и временных членов СБ:

$$\beta(P) = \frac{b(P)}{\sum_i b(i)} = \frac{848}{5080} = 0.1669$$

$$\beta(T) = \frac{b(T)}{\sum_i b(i)} = \frac{84}{5080} = 0.0165$$

Суммарное влияние всех постоянных членов СБ равно: $5 * 0,1669 = 0,8345$

суммарное влияние всех временных членов СБ равно: $10 * 0,0165 = 0,165$

Распределение влияния участников в выборном органе называется **институциональным балансом власти.**

Распределение голосов в Совете министров Европейского Союза (European Council) (1958 – 1973 г.г.)

Страна	Голоса страны в Совете министров	Индекс Банцафа
Франция	4	0,238
Германия	4	0,238
Италия	4	0,238
Бельгия	2	0,143
Нидерланды	2	0,143
Люксембург	1	0
<i>Всего:</i>	17	1,000

Правило принятия решения: **не менее 12 голосов**

(достаточно, чтобы «за» проголосовали 3 крупные страны или любые 2 крупные страны + Бельгия и Нидерланды)

Оценка влияния участников в Совете министров Евросоюза

Распределение голосов в Совете министров Европейского Союза (European Council) (до 2004 г.)

Страна	Голоса в Совете Министров каждой страны
Германия, Италия, Великобритания, Франция	10
Испания	8
Нидерланды, Португалия, Греция, Бельгия	5
Швеция, Австрия	4
Дания, Финляндия, Ирландия	3
Люксембург	2
Итого	87

Страна	Индекс Банцафа
Германия, Италия, Великобритания, Франция	0,112
Испания	0,092
Нидерланды, Португалия, Греция, Бельгия	0,059
Швеция, Австрия	0,049
Дания, Финляндия, Ирландия	0,036
Люксембург	0,023

В качестве правила принятия решений использовалось правило простого большинства – 44 из 87 голосов.

После 2004 г. (после принятия новых членов - 12 государств)

Страна	Голоса в Совете Министров каждой страны	Доля населения (%)	
Германия, Италия, Великобритания, Франция	29	17,15 12,31	11,91 12,30
Испания, Польша	27	8,27	7,98
Румыния	14	4,62	
Нидерланды	13	3,30	
Греция, Чехия, Бельгия, Венгрия, Португалия	12	2,19 2,12	2,12 2,09
Швеция, Болгария, Австрия, Словакия, Дания, Финляндия	10	1,83	
		1,68	
		1,59	
		1,12	1,11
		1,07	
Ирландия, Литва, Латвия, Словения, Эстония	7	0,79 0,59	0,75 0,40
Кипр, Люксембург	4	0,16	0,09
Мальта	3	0,08	
Итого	345	100	

Правило принятия решения в расширенном Евросоюзе (трехмажоритарное правило):

1. 258 голосов из 345 (т.е. 3/4 голосов)
2. 14 стран из 27 (простое большинство стран)
3. 62% населения стран

Страна	После	До	%
Германия, Италия, Великобритания, Франция	0,0771	0,112	68,88
Испания	0,0737	0,092	80,14
Польша	0,0737		
Румыния	0,0428		
Нидерланды	0,0399	0,059	67,63
Греция, Бельгия, Португалия	0,0371	0,059	62,87
Чехия, Венгрия	0,0371		
Австрия, Швеция	0,0311	0,049	63,52
Болгария	0,0311		
Дания, Ирландия, Финляндия	0,0220	0,036	61,07
Литва, Словакия	0,0220		
Люксембург	0,0126	0,023	54,79
Кипр, Латвия, Словения, Эстония	0,0126		
Мальта	0,0095		

Состав Государственной Думы РФ VI созыва (2011 г.)

Влияние партий на создание коалиций

<i>Партия</i>	Число депутатов
Единая Россия	238
КПРФ	92
Справедливая Россия	64
ЛДПР	56
<i>Всего:</i>	450

Правило простого большинства (226 голосов)

Выигрывающие коалиции для Единой России (8 коалиций):

ЕР (238 голосов)

ЕР + КПРФ (238 + 92) = 330 голосов

ЕР + СР (238 + 64) = 302 голоса

ЕР + ЛДПР (238 + 56) = 294 голоса

ЕР + КПРФ + СР (238 + 92 + 64) = 394 голоса

ЕР + КПРФ + ЛДПР (238 + 92 + 56) = 386 голосов

ЕР + СР + ЛДПР (238 + 64 + 56) = 358 голосов

ЕР + КПРФ + СР + ЛДПР (238 + 92 + 64 + 56) = 450 голосов

**ЕР является ключевой
в 8 коалициях**

Выигрывающие коалиции для КПРФ (4 коалиции):

ЕР + КПРФ (238 + 92) = 330 голосов

ЕР + КПРФ + СР + ЛДПР (238 + 92 + 64 + 56) = 450 голосов

ЕР + КПРФ + СР (238 + 92 + 64) = 394 голоса

ЕР + КПРФ + ЛДПР (238 + 92 + 56) = 386 голосов

**КПРФ явл. ключевой
в 0 коалициях**

Выигрывающие коалиции для СР (4 коалиции):

ЕР + СР (238 + 64) = 302 голоса

ЕР + КПРФ + СР + ЛДПР (238 + 92 + 64 + 56) = 450 голосов

ЕР + СР + ЛДПР (238 + 64 + 56) = 358 голосов

ЕР + КПРФ + СР (238 + 92 + 64) = 394 голоса

**СР явл. ключевой
в 0 коалициях**

Выигрывающие коалиции для ЛДПР (4 коалиции):

ЕР + ЛДПР (238 + 56) = 294 голоса

ЕР + КПРФ + СР + ЛДПР (238 + 92 + 64 + 56) = 450 голосов

ЕР + СР + ЛДПР (238 + 64 + 56) = 358 голосов

ЕР + КПРФ + ЛДПР (238 + 92 + 56) = 386 голосов

**ЛДПР явл. ключевой
в 0 коалициях**

$$b(EP) = 8$$

$$b(KIP\Phi) = b(CP) = b(LDIP) = 0$$

$$\beta(EP) = \frac{8}{8+0+0+0} = 1$$

$$\beta(KIP\Phi) = \beta(CP) = \beta(LDIP) = \frac{0}{8+0+0+0} = 0$$

КОНСТИТУЦИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Статья 135

1. Положения [глав 1, 2 и 9](#) Конституции Российской Федерации не могут быть пересмотрены Федеральным Собранием.
2. Если предложение о пересмотре положений [глав 1, 2 и 9](#) Конституции Российской Федерации будет поддержано **тринадцатью** голосов от общего числа членов Совета Федерации и депутатов Государственной Думы, то в соответствии с федеральным конституционным законом созывается Конституционное Собрание.
3. Конституционное Собрание либо подтверждает неизменность Конституции Российской Федерации, либо разрабатывает проект новой Конституции Российской Федерации, который принимается Конституционным Собранием **двумя третями** голосов от общего числа его членов или выносится на всенародное голосование. При проведении всенародного голосования Конституция Российской Федерации считается принятой, если за нее проголосовало более половины избирателей, принявших участие в голосовании, при условии, что в нем приняло участие более половины избирателей.

Правило «более двух третей» голосов (**301 голос и более**)

Выигрывающие коалиции для Единой России (6 коалиций):

ЕР + КПРФ (238 + 92) = **330 голосов**

ЕР + СР (238 + 64) = **302 голоса**

ЕР + КПРФ + СР (238 + 92 + 64) = **394 голоса**

ЕР + КПРФ + ЛДПР (238 + 92 + 56) = **386 голосов**

ЕР + СР + ЛДПР (238 + 64 + 56) = **358 голосов**

ЕР + КПРФ + СР + ЛДПР (238 + 92 + 64 + 56) = **450 голосов**

**ЕР является ключевой
в 6 коалициях**

Выигрывающие коалиции для КПРФ (4 коалиции):

ЕР + **КПРФ** (238 + 92) = **330 голосов**

ЕР + **КПРФ** + СР + ЛДПР (238 + 92 + 64 + 56) = 450 голосов

ЕР + **КПРФ** + СР (238 + 92 + 64) = 394 голоса

ЕР + **КПРФ** + ЛДПР (238 + 92 + 56) = **386 голосов**

**КПРФ явл. ключевой
в 2 коалициях**

Выигрывающие коалиции для СР (4 коалиции):

ЕР + **СР** (238 + 64) = **302 голоса**

ЕР + КПРФ + **СР** + ЛДПР (238 + 92 + 64 + 56) = 450 голосов

ЕР + **СР** + ЛДПР (238 + 64 + 56) = 358 голосов

ЕР + КПРФ + **СР** (238 + 92 + 64) = 394 голоса

**СР явл. ключевой
в 1 коалиции**

Выигрывающие коалиции для ЛДПР (3 коалиции):

ЕР + КПРФ + СР + **ЛДПР** (238 + 92 + 64 + 56) = 450 голосов

ЕР + СР + **ЛДПР** (238 + 64 + 56) = 358 голосов

ЕР + КПРФ + **ЛДПР** (238 + 92 + 56) = 386 голосов

**ЛДПР явл. ключевой
в 0 коалициях**

$$b(EP) = 6$$

$$b(KPP\Phi) = 2$$

$$b(CP) = 1$$

$$b(LDPP) = 0$$

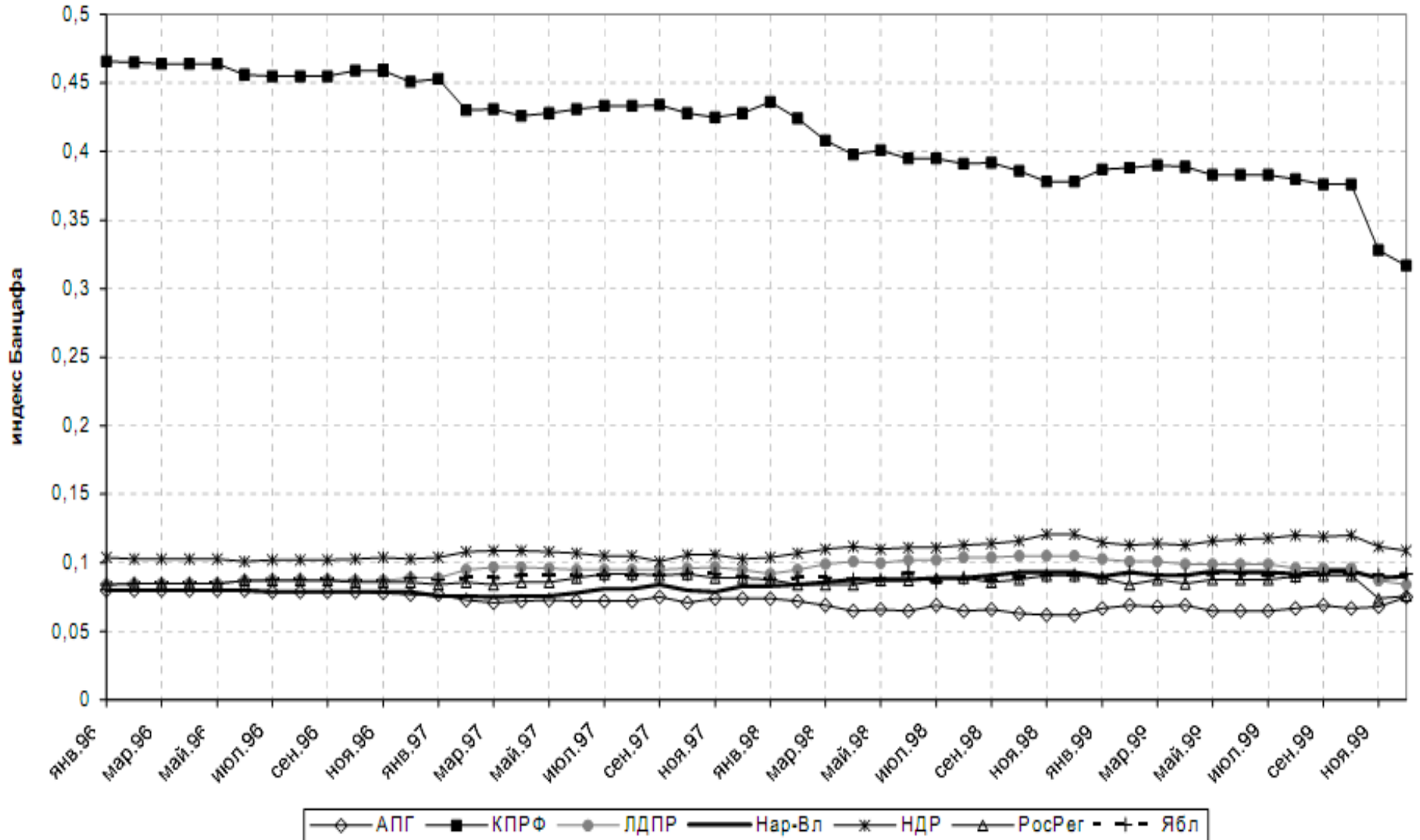
$$\beta(EP) = \frac{6}{6+2+1+0} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\beta(KPP\Phi) = \frac{2}{6+2+1+0} = \frac{2}{9}$$

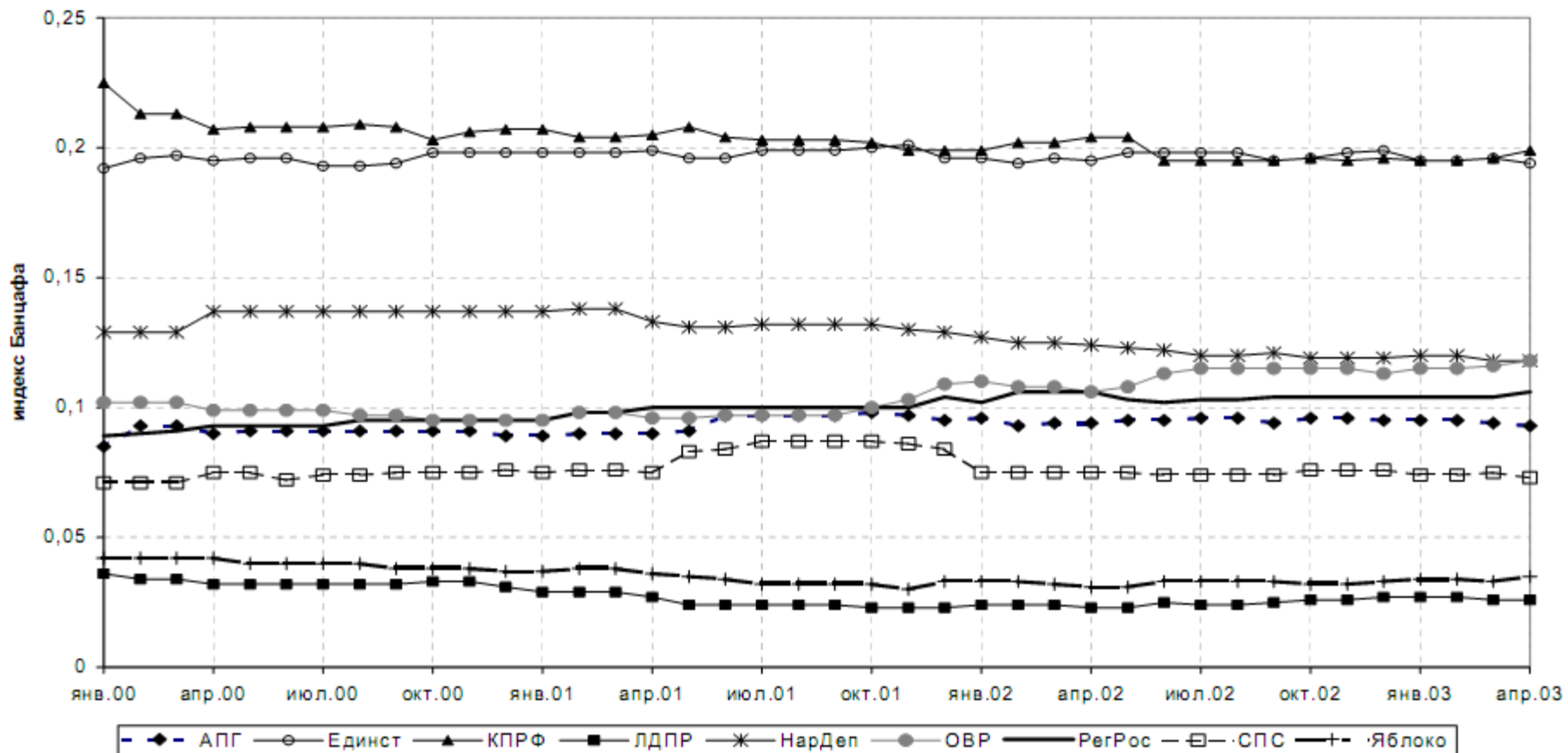
$$\beta(CP) = \frac{1}{6+2+1+0} = \frac{1}{9}$$

$$\beta(LDPP) = \frac{0}{6+2+1+0} = 0$$

Государственная дума 2-го созыва (1996 – 1999 гг)



Государственная дума 3-го созыва (2000 – 2003 гг)



Индекс согласованности позиции двух фракций в парламенте

$c(q_1, q_2)$ - индекс согласованности двух фракций в парламенте

$$c(q_1, q_2) = 1 - \frac{|q_1 - q_2|}{\max(q_1, 1 - q_1, q_2, 1 - q_2)}$$

q_1 - доля проголосовавших "За" в 1-й фракции

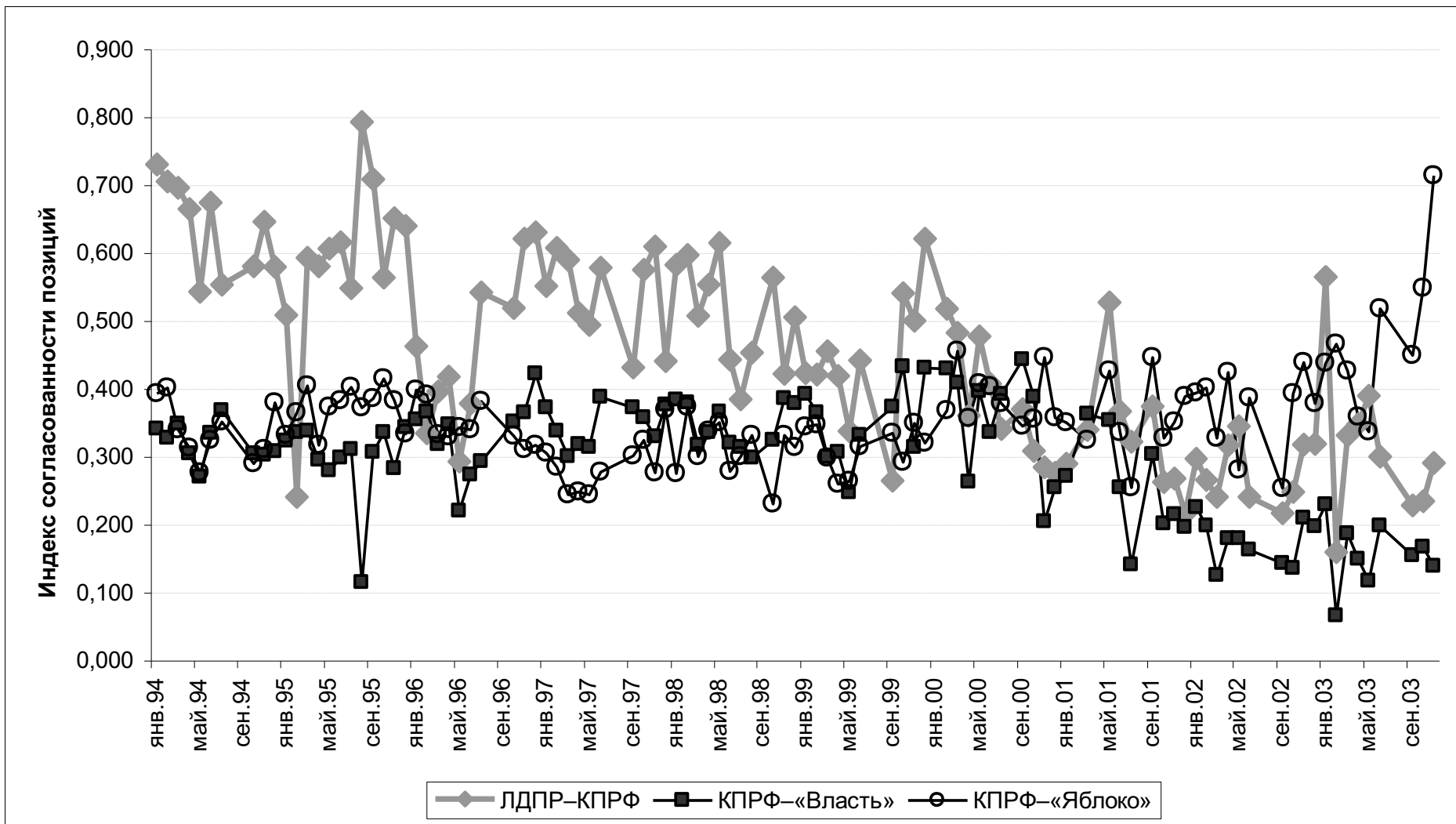
q_2 - доля проголосовавших "За" во 2-й фракции

Значения индекса согласованности для ГД РФ (ноябрь 2003г.)

	КПРФ	Единство	ОВР	СПС	ЛДПР	Яблоко	АПГ	Нардеп	РегРос
КПРФ	1,00	0,07	0,07	0,56	0,32	0,86	1,00	0,28	0,21
Единство	0,07	1,00	0,99	0,51	0,75	0,21	0,06	0,77	0,88
ОВР	0,07	0,99	1,00	0,50	0,77	0,20	0,06	0,76	0,91
СПС	0,56	0,51	0,50	1,00	0,43	0,65	0,58	0,48	0,52
ЛДПР	0,32	0,75	0,77	0,43	1,00	0,42	0,32	0,64	0,76
Яблоко	0,86	0,21	0,20	0,65	0,42	1,00	0,85	0,37	0,29
АПГ	1,00	0,06	0,06	0,58	0,32	0,85	1,00	0,27	0,24
Нардеп	0,28	0,77	0,76	0,48	0,64	0,37	0,27	1,00	0,87
РегРос	0,21	0,88	0,91	0,52	0,76	0,29	0,24	0,87	1,00

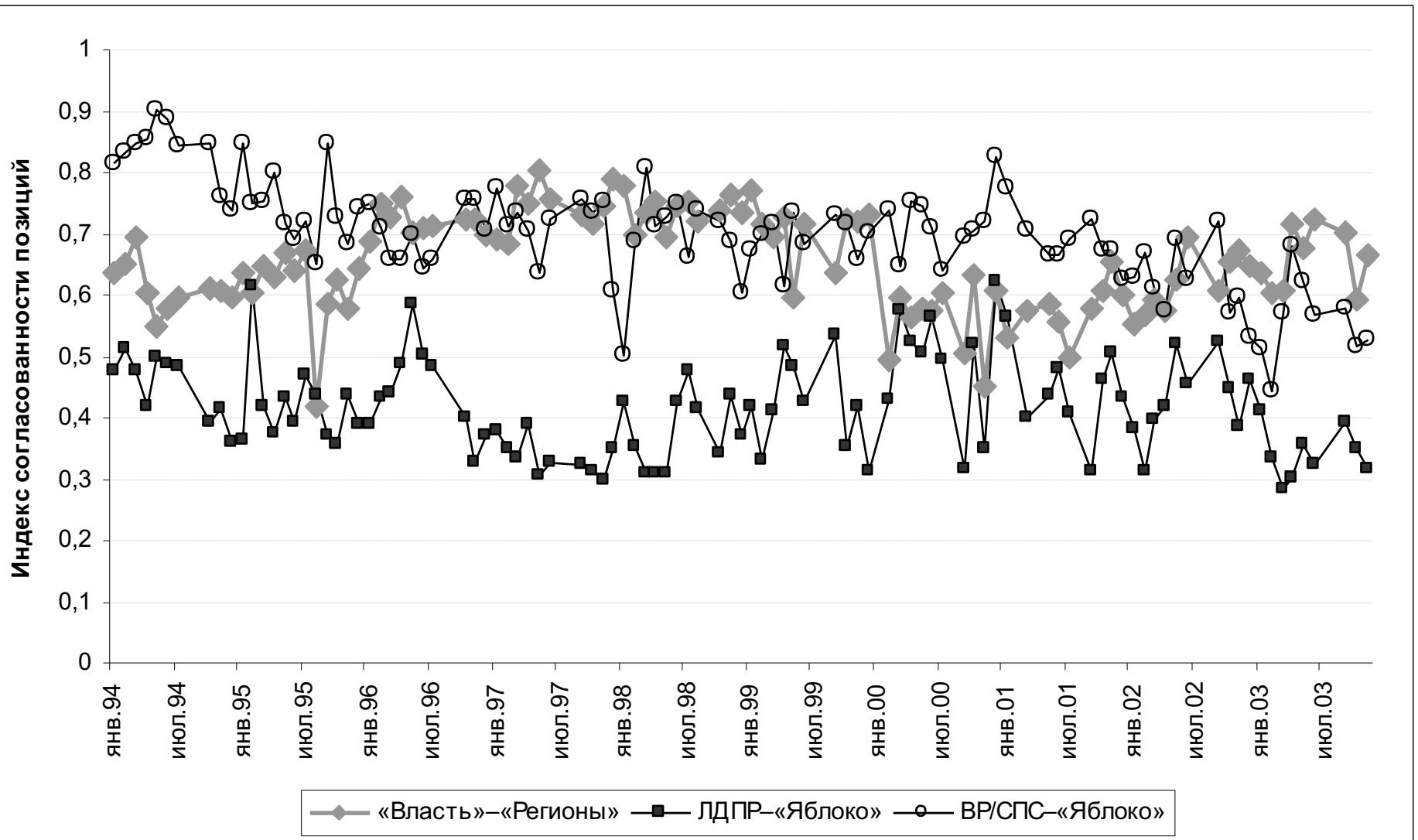
Общий анализ

Динамика индекса согласованности в 1994–2003 гг. для пар ЛДПР–КПРФ, КПРФ–«Власть», КПРФ - «Яблоко»



Общий анализ

Динамика индекса согласованности в 1994–2003 гг. для пар ЛДПР–«Яблоко», «Власть»–«Регионы», ВР/СПС –«Яблоко»



ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПРИ ОГРАНИЧЕНИИ НА СОЗДАНИЕ КОАЛИЦИЙ

1. 0,4 (индекс согласованности для любых двух групп допустимой коалиции);
2. 0,5 (индекс согласованности для любых двух групп допустимой коалиции);
3. 0,6 (индекс согласованности для любых двух групп допустимой коалиции).

Анализ Государственной Думы III созыва (2000 – 2003 гг)

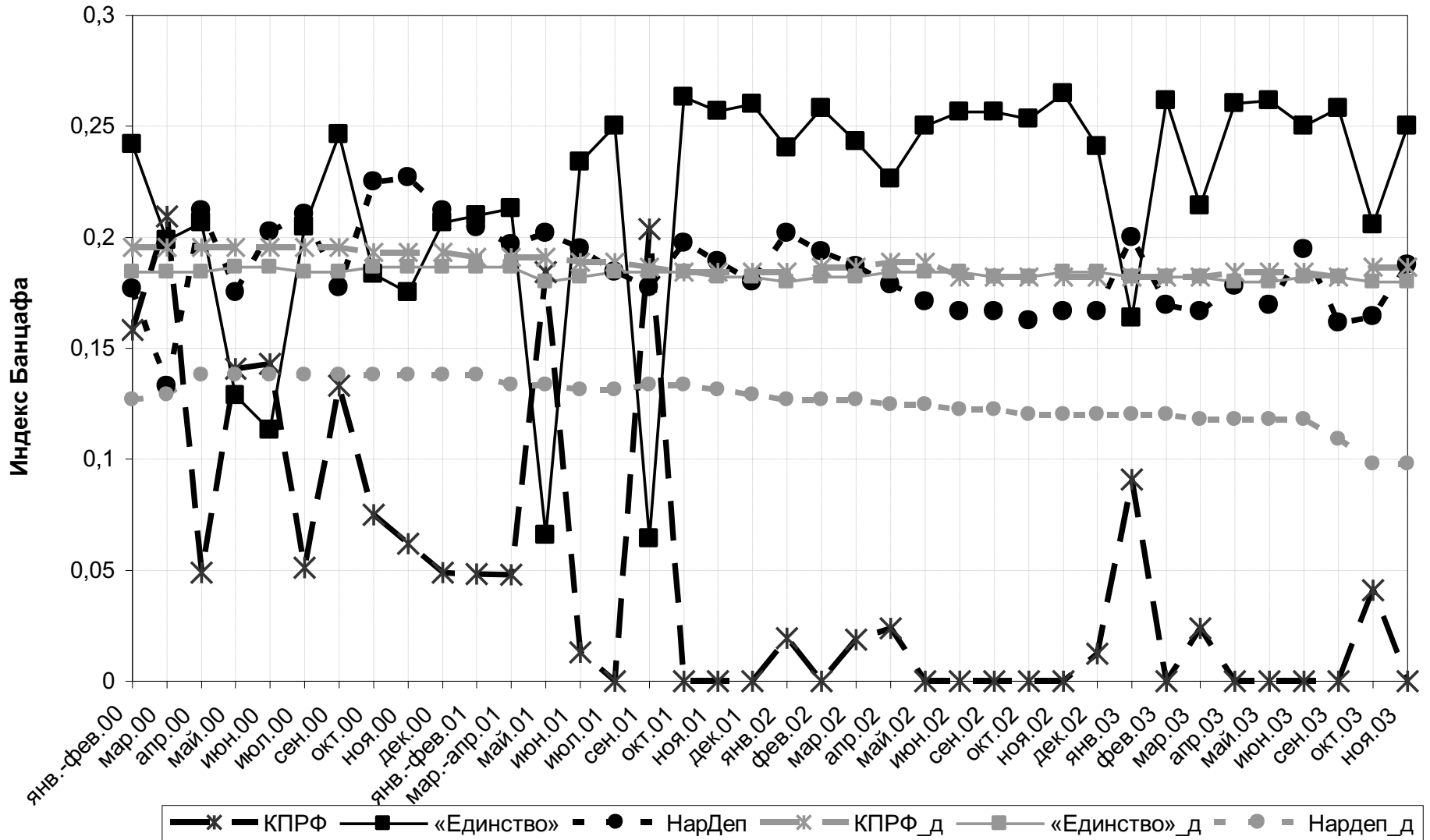
крупные объединения:

- КПРФ– «Новая региональная политика» (Н-96);
- «Единство»»
- «Народный Депутат» (НарДеп)

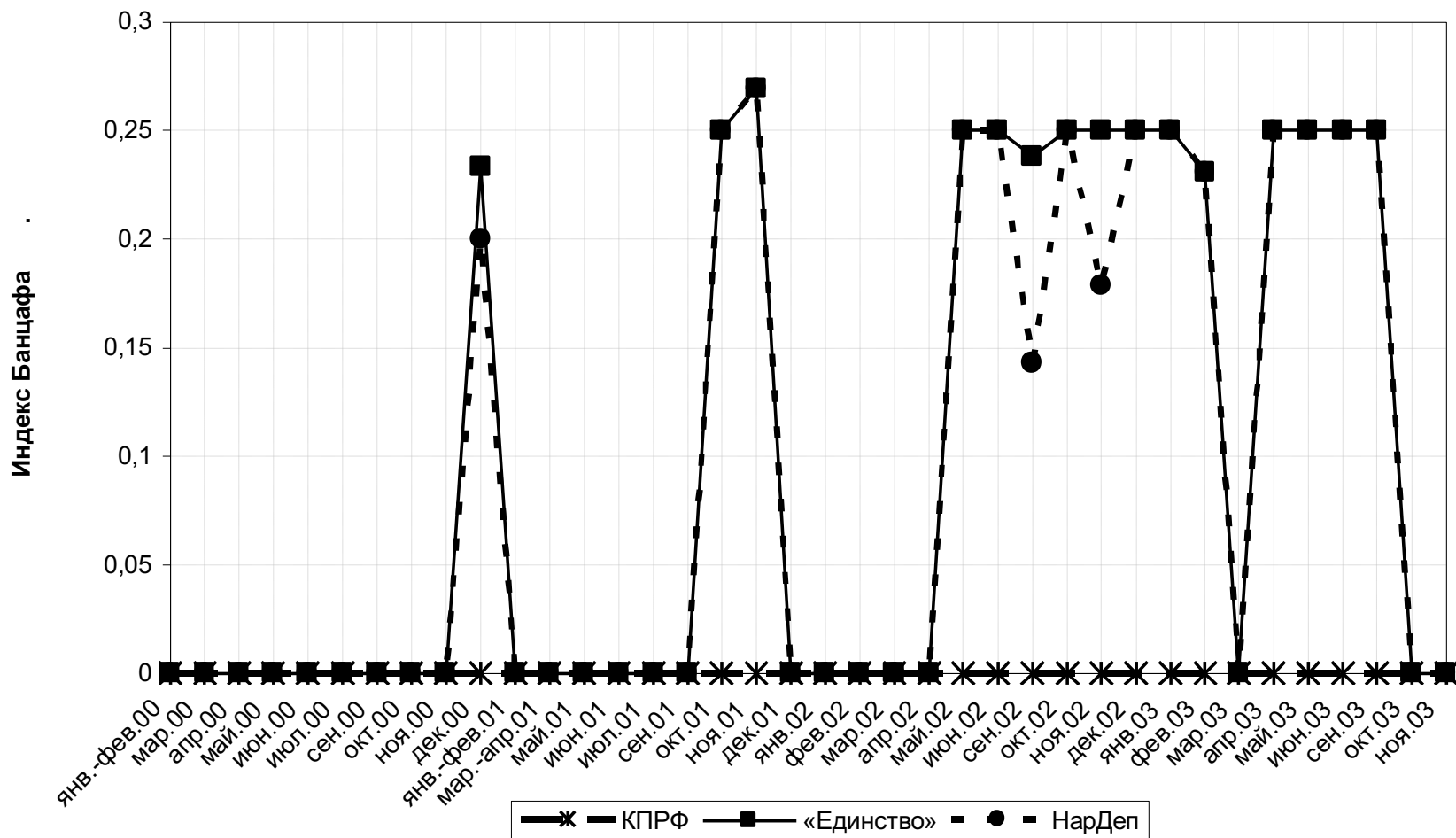
средние объединения :

- «Отечество – Вся Россия» (ОВР)
- Агропромышленная группа (АПГ)
- Регионы России (РегРос)

Динамика индекса Банцафа для крупных объединений (КПРФ, «Единство», НарДеп) в ГД III созыва (сценарий 0,4)



Динамика индекса Банцафа для крупных объединений (КПРФ, «Единство», НарДеп) в ГД III созыва (сценарий 0,6)



Совет директоров компании:

Председатель Совета (P) – имеет 2 голоса
Член Совета (A) - имеет 1 голос
Член Совета (B) - имеет 1 голос
Член совета (C) - имеет 1 голос

Решение принимается, если оно
получило 3 или более голосов

Выигрывающие коалиции:

P+A, P+B, P+C, P+A+B, P+A+C, P+B+C, A+B+C, P+A+B+C (8 коалиций)

P является ключевым в 6 коалициях: P+A, P+B, P+C, P+A+B, P+A+C, P+B+C $b(P) = 6$

A является ключевым в 2 коалициях: P+A, A+B+C $b(A) = 2$

B является ключевым в 2 коалициях: P+B, A+B+C $b(B) = 2$

C является ключевым в 2 коалициях: P+C, A+B+C $b(C) = 2$

$$\beta(P) = \frac{6}{6 + 2 + 2 + 2} = \frac{1}{2}$$

$$\beta(A) = \beta(B) = \beta(C) = \frac{2}{6 + 2 + 2 + 2} = \frac{1}{6}$$

Совет директоров компании:

Председатель Совета (P) – имеет 2 голоса
Член Совета (A) - имеет 1 голос
Член Совета (B) - имеет 1 голос
Член совета (C) - имеет 1 голос

Решение принимается, если оно
получило 3 или более голосов

Председатель Совета директоров (P) и член Совета (B) никогда не согласятся войти в одну коалицию

Выигрывающие коалиции:

P+A, P+C, P+A+C, A+B+C (4 выигрывающие коалиций)

P является ключевым в 3 коалициях: P+A, P+C, P+A+C $b(P) = 3$

A является ключевым в 2 коалициях: P+A, A+B+C $b(A) = 2$

B является ключевым в 1 коалиции: A+B+C $b(B) = 1$

C является ключевым в 2 коалициях: P+C, A+B+C $b(C) = 2$

$$\beta(P) = \frac{3}{3 + 2 + 1 + 2} = \frac{3}{8}$$

$$\beta(A) = \beta(C) = \frac{2}{3 + 2 + 1 + 2} = \frac{2}{8}$$

$$\beta(B) = \frac{1}{3 + 2 + 1 + 2} = \frac{1}{8}$$

Индекс Джонстона влияния на создание коалиций

R.J. Jonston (1978)

Если партия A является единственной ключевой партией в выигрывающей коалиции, то она имеет бóльший показатель влияния, чем если бы несколько партий были ключевыми в этой коалиции.

Пусть партия A является ключевой в коалициях C_1, C_2, \dots, C_k .

n_1, n_2, \dots, n_k - число ключевых партий в коалициях C_1, C_2, \dots, C_k соответственно.

Тогда переменная Джонстона t_A партии A вычисляется следующим образом:

$$t_A = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \dots + \frac{1}{n_k}$$

Индекс Джонстона $JI(A)$ влияния партии A на создание коалиций определяется так:

$$JI(A) = \frac{t_A}{t_A + t_B + \dots + t_C}$$

Если партия A не является ключевой ни в одной из коалиций, то:

$$t_A = 0, \quad JI(A) = 0$$

Индекс Джонстона

3 партии – A , B , C .

A – 50 голосов;

B – 49 голосов;

C – 1 голос

Решение принимается, если оно получило
51 голос или более

Выигрывающие коалиции:

$A+B$	$A+C$	$A+B+C$
$n_{\{A,B\}} = 2$	$n_{\{A,C\}} = 2$	$n_{\{A,B,C\}} = 1$

Партия A является ключевой в 3 коалициях: $A+B$; $A+C$; $A+B+C$

Для партии A :

$$t_A = \frac{1}{n_{\{A,B\}}} + \frac{1}{n_{\{A,C\}}} + \frac{1}{n_{\{A,B,C\}}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = 2$$

Партия B является ключевой в 1 коалиции: $A+B$

Для партии B :

$$t_B = \frac{1}{n_{\{A,B\}}} = \frac{1}{2}$$

Партия C является ключевой в 1 коалиции: $A+C$

Для партии C :

$$t_C = \frac{1}{n_{\{A,C\}}} = \frac{1}{2}$$

$$t_A = 2, t_B = \frac{1}{2}, t_C = \frac{1}{2}$$

$$JI(A) = \frac{t_A}{t_A + t_B + t_C} = \frac{2}{2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$JI(B) = \frac{t_B}{t_A + t_B + t_C} = \frac{\frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{6}$$

$$JI(C) = \frac{t_C}{t_A + t_B + t_C} = \frac{\frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{6}$$

$$\beta(A) = \frac{3}{3+1+1} = \frac{3}{5}$$

$$\beta(B) = \beta(C) = \frac{1}{3+1+1} = \frac{1}{5}$$

Совет директоров компании:

Председатель Совета (P) – имеет 2 голоса

Член Совета (A) - имеет 1 голос

Член Совета (B) - имеет 1 голос

Член совета (C) - имеет 1 голос

Решение принимается, если оно
получило 3 или более голосов

Индекс Банцафа (подсчитан ранее):

$$\beta(P) = \frac{1}{2}, \quad \beta(A) = \beta(B) = \beta(C) = \frac{1}{6} = 0,166$$

Индекс Джонсона

Выигрывающие коалиции:

P+A P+V P+C P+A+V P+A+C P+V+C P+A+V+C A+B+C

Число ключевых партий в коалициях:

$$n_{\{P,A\}} = 2 \quad n_{\{P,B\}} = 2 \quad n_{\{P,C\}} = 2 \quad n_{\{P,A,B\}} = 1 \quad n_{\{P,A,C\}} = 1 \quad n_{\{P,B,C\}} = 1 \quad n_{\{P,A,B,C\}} = 0 \quad n_{\{A,B,C\}} = 3$$

P является ключевым в выигрывающих коалициях: P+A , P+V , P+C , P+A+V , P+A+C , P+V+C

$$t_P = \frac{1}{n_{\{P,A\}}} + \frac{1}{n_{\{P,B\}}} + \frac{1}{n_{\{P,C\}}} + \frac{1}{n_{\{P,A,B\}}} + \frac{1}{n_{\{P,A,C\}}} + \frac{1}{n_{\{P,B,C\}}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 4,5$$

A является ключевым в коалициях: P+A , A+B+C

$$t_A = \frac{1}{n_{\{P,A\}}} + \frac{1}{n_{\{A,B,C\}}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 0,833$$

$$t_A = t_B = t_C = 0,833$$

$$JI(P) = \frac{t_P}{t_P + t_A + t_B + t_C} = \frac{4,5}{4,5 + 3 * 0,833} = 0,642$$

$$JI(A) = JI(B) = JI(C) = \frac{t_A}{t_P + t_A + t_B + t_C} = \frac{0,833}{4,5 + 3 * 0,833} = 0,119$$

Индекс Дигена -Пакела

При рассмотрении относительного влияния партии рассматриваются только минимальные выигрывающие коалиции.

Выигрывающая коалиция называется минимальной, если при удалении из нее любого участника она становится проигрывающей.

Пусть партия A входит в следующие минимальные выигрывающие коалиции:

C_1, C_2, \dots, C_k ;

m_1, m_2, \dots, m_k - число партий в коалициях C_1, C_2, \dots, C_k соответственно.

Тогда переменная Дигена-Пакела p_A партии A вычисляется следующим образом:

$$p_A = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \dots + \frac{1}{m_k}$$

Индекс Дигена-Пакела $DPI(A)$ влияния партии A на создание коалиций определяется так:

$$DPI(A) = \frac{p_A}{p_A + p_B + \dots + p_C}$$

Если партия A не входит ни в одну из минимальных коалиций, то:

$$p_A = 0, \quad DPI(A) = 0$$

3 партии – *A*, *B*, *C*.

A – 50 голосов;

B – 49 голосов;

C – 1 голос

Решение принимается, если оно получило 51 голос или более

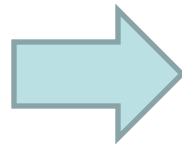
Выигрывающие коалиции: $(A + B + C)$, $(A + B)$, $(A + C)$

Минимальные выигрывающие коалиции: $(A + B)$, $(A + C)$

$$p_A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$p_B = \frac{1}{2}$$

$$p_C = \frac{1}{2}$$



$$DPI(A) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$DPI(B) = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

$$DPI(C) = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

Индекс Джонстона

$$JI(A) = \frac{2}{3}$$

$$JI(B) = \frac{1}{6}$$

$$JI(C) = \frac{1}{6}$$

Индекс Дигена - Пакела

$$DPI(A) = \frac{1}{2}$$

$$DPI(B) = \frac{1}{4}$$

$$DPI(C) = \frac{1}{4}$$

Индекс Банцафа

$$\beta(A) = \frac{3}{5}$$

$$\beta(B) = \frac{1}{5}$$

$$\beta(C) = \frac{1}{5}$$

Индекс Джонстона – завышает влияние сильных партий (приписывает большой вес коалициям с одной ключевой партией)

Индекс Дигена – Пакела – занижает влияние сильных партий, т.к. берет в расчет только минимальные выигрывающие коалиции, а большие коалиции, ключевую роль в которых играют именно сильные партии, просто не рассматривают.

Индексы влияния, учитывающие предпочтения участников по созданию коалиций (Ф.Т. Алескеров)

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ - участники (партии в парламенте, члены Совета директоров).

$\omega \subseteq N$ - коалиция.

Участник $i \in N$ имеет v_i голосов.

q - квота (число голосов, необходимое для принятия решения).

Решение принимается, если $\sum_{i \in \omega} v_i > q$ (ω - выигрывающая коалиция).

Пусть участник i является ключевым в коалиции ω .

Обозначим: $f(i, \omega)$ - степень желания участника i и (или) других участников коалиции ω вступить с ним в коалицию

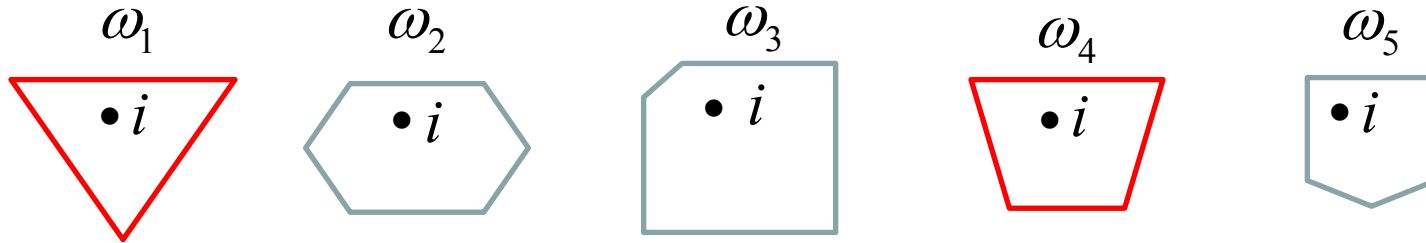
(интенсивность связи участника i с другими участниками коалиции).

Обозначим: $\chi_i = \sum_{\{\omega\}} f(i, \omega)$ - сумма интенсивностей связей участника i

по всем коалициям, в которых этот участник является ключевым).

Пусть участник i входит в 5 выигрывающих коалиций $\omega_1, \dots, \omega_5$

и является ключевым в двух выигрывающих коалициях: ω_1 и ω_4 :



При подсчете индекса Банцафа: $b(i) = 2$ и $\beta(i) = \frac{b_i}{\sum_j b_j}$

При подсчете индексов, учитывающих предпочтения участников:

$$\chi_i = f(i, \omega_1) + f(i, \omega_4)$$

$$\alpha(i) = \frac{\chi_i}{\sum_j \chi_j}$$

Можно по разному определить функцию $f(i, \omega)$ - степень желания участника i

и (или) других участников вступить с ним в коалицию.

Ординальные индексы

Предполагается, что каждый участник i выражает свои предпочтения войти в коалицию с тем или иным участником из множества N в виде линейного порядка P_i (антирефлексивное, транзитивное и связное бинарное отношение).

Поскольку P_i - линейный порядок, можно определить ранг P_{ij} участника j в линейном порядке P_i .

Например, пусть $N = \{A, B, C, D, E\}$ и предпочтения P_A участника A относительно желания войти в коалицию с тем или иным участником имеет вид:

$$C \succ E \succ B \succ D,$$

т.е. самым желательным для A является C , затем - E , и т.д. (Разумеется, другие участники имеют свои предпочтения).

В нашем примере: $p_{AC} = 4$, $p_{AE} = 3$, $p_{AB} = 2$, $p_{AD} = 1$.

Тогда взаимные ранговые предпочтения участников относительно желательности войти в коалицию с другими участниками можно представить в виде матрицы $\|P_{ij}\|$.

Строки матрицы, соответствующие предпочтениям участников B , C , D и E заполняются аналогично.

	A	B	C	D	E
A	0	2	4	1	3
B		0			
C			0		
D				0	
E					0

Возможные функции интенсивности связи участника i и других участников коалиции ω

a) Степень желания участника i вступить в коалицию с другими участниками коалиции ω :

$$f^+(i, \omega) = \frac{\sum_{j \in \omega} p_{ij}}{|\omega|}$$

b) Степень желания других участников коалиции ω вступить в коалицию с участником i :

$$f^-(i, \omega) = \frac{\sum_{j \in \omega} p_{ji}}{|\omega|}$$

c) Усредненный показатель степени возможности участника i вступать в коалицию с другими участниками коалиции ω :

$$f(i, \omega) = \frac{f^+(i, \omega) + f^-(i, \omega)}{2}$$

Пример. Пусть $n = 3$, $N = \{A, B, C\}$, $v(A) = v(B) = v(C) = 33$, $q = 50$.

Выигрывающие коалиции:

$A + B$, $A + C$, $B + C$.

P_A	P_B	P_C
C	C	A
B	A	B



$$\|p_{ij}\| = \begin{array}{c|ccc} & \underline{A} & \underline{B} & \underline{C} \\ \hline A & 0 & 1 & 2 \\ B & 1 & 0 & 2 \\ C & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

	$f^+(i, \omega)$			$f^-(i, \omega)$			$f(i, \omega)$		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
$A + B$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-
$A + C$	1	-	1	1	-	1	1	-	1
$B + C$	-	1	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	1	-	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

	$f^+(i, \omega)$			$f^-(i, \omega)$			$f(i, \omega)$		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
$A + B$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-
$A + C$	1	-	1	1	-	1	1	-	1
$B + C$	-	1	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	1	-	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

$$\alpha(i) = \frac{\sum_{\substack{\omega \\ i \text{ is pivotal in } \omega}} \chi_i}{\sum_{j \in N} \sum_{\substack{\omega \\ j \text{ is pivotal in } \omega}} \chi_j}$$

$$\alpha(i) = \frac{\chi_i}{\sum_j \chi_j}$$

$$\chi_i = \sum_{\{\omega\}} f(i, \omega)$$

Степень желания участника i вступить в коалицию с другими участниками коалиции ω : $f^+(i, \omega)$

$$\alpha_1(A) = \frac{(\frac{1}{2} + 1)}{(\frac{1}{2} + 1) + (\frac{1}{2} + 1) + (1 + \frac{1}{2})} = \frac{1}{3} = \alpha_1(B) = \alpha_1(C)$$

	$f^+(i, \omega)$			$f^-(i, \omega)$			$f(i, \omega)$		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
$A + B$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-
$A + C$	1	-	1	1	-	1	1	-	1
$B + C$	-	1	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	1	-	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

Степень желания других участников коалиции ω вступить в коалицию с участником i : $f^-(i, \omega)$

$$\alpha_2(A) = \frac{(\frac{1}{2} + 1)}{(\frac{1}{2} + 1) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) + (1 + 1)} = \frac{1}{3}$$

$$\alpha_2(B) = \frac{(\frac{1}{2} + \frac{1}{2})}{(\frac{1}{2} + 1) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) + (1 + 1)} = \frac{2}{9}$$

$$\alpha_2(C) = \frac{(1 + 1)}{(\frac{1}{2} + 1) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) + (1 + 1)} = \frac{4}{9}$$

	$f^+(i, \omega)$			$f^-(i, \omega)$			$f(i, \omega)$		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
$A + B$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-
$A + C$	1	-	1	1	-	1	1	-	1
$B + C$	-	1	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$	1	-	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

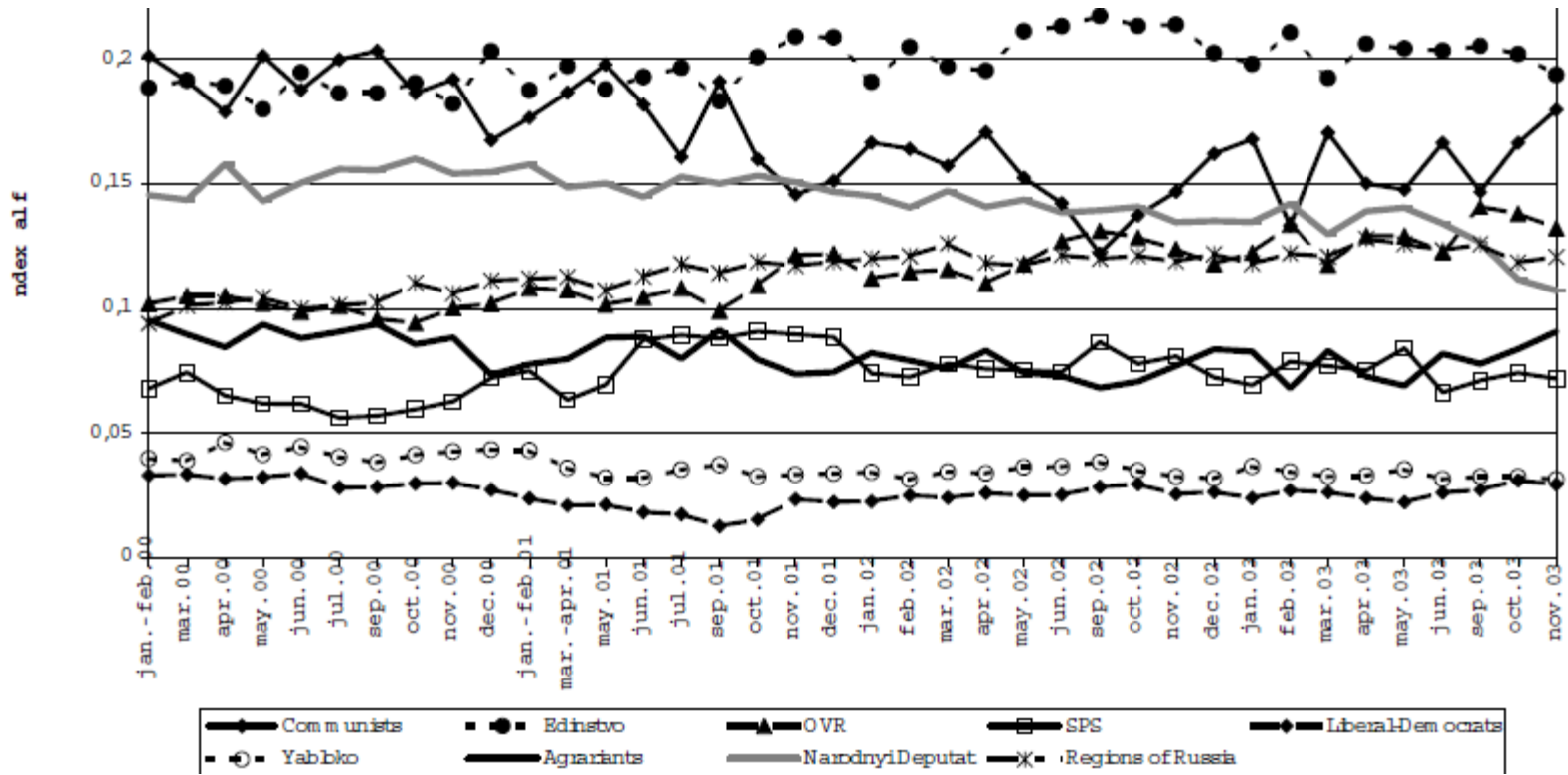
Усредненный показатель степени возможности участника i вступить в коалицию с другими участниками коалиции ω : $f(i, \omega)$

$$\alpha_3(A) = \frac{(\frac{1}{2} + 1)}{(\frac{1}{2} + 1) + (\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) + (1 + \frac{3}{4})} = \frac{1}{3}$$

$$\alpha_3(B) = \frac{(\frac{1}{2} + \frac{3}{4})}{(\frac{1}{2} + 1) + (\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) + (1 + \frac{3}{4})} = \frac{5}{18}$$

$$\alpha_3(C) = \frac{(1 + \frac{3}{4})}{(\frac{1}{2} + 1) + (\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) + (1 + \frac{3}{4})} = \frac{7}{18}$$

	A	B	C
α_1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
α_2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$
α_3	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{7}{18}$
β	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$



Литература

Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. М: ВШЭ, 2006 (первое издание); 2012 (второе издание)