МОДЕЛИ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

Губанов Дмитрий Алексеевич

старший научный сотрудник ИПУ РАН

Содержание лекции

Модели распространения информации в социальных сетях

Модели распространения активности

Управление и противоборство

Модели формирования мнений в социальных сетях

Задачи управления распространением информации

- **Минимизация распространения**

В сети распространяется нежелательная информация или вирус (рис. А). Состояние каких узлов необходимо отслеживать, чтобы эффективно выявлять возможные «эпидемии»?

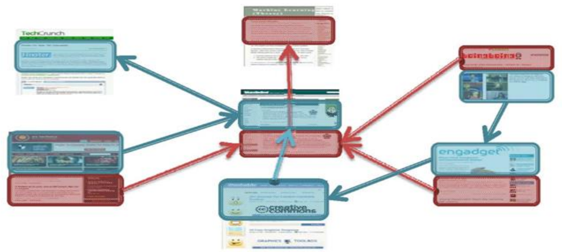


Рис. А. Пример «кросспостинга» в блогах*

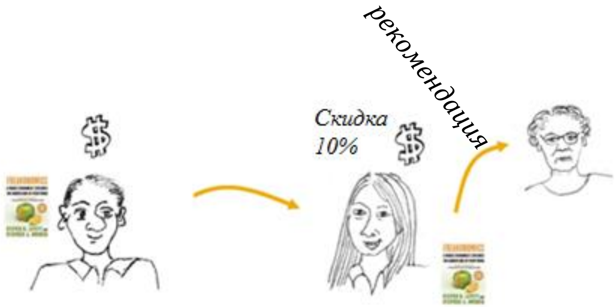


Рис. Б. Пример вирусного маркетинга*

- **Максимизация распространения**

Новый продукт появился на рынке (рис. Б). Кому нужно раздать свободные образцы для того, чтобы максимизировать продажи продукта?

Максимизация распространения активности

Обозначим через $S_0 \subseteq V$ начальное множество активных узлов – инициаторов распространения информации в сети $G = (V, E)$.

Предположим, что известна функция распространения влияния:

$\sigma(S_0)$: $2^V \to \mathbb{R}$.

Задано ограничение на управляющие воздействия: можно оказать активирующее воздействие не более чем на k узлов.

Необходимо найти такое начальное множество $S_0 \subseteq V$ ($|S_0| \leq k$), которое максимизирует $\sigma(S_0)$, т.е.:

$$S^* = \underset{S_0 \subseteq V, |S_0| \leq k}{\operatorname{argmax}} \sigma(S_0)$$

Вычислительная сложность задачи максимизации распространения активности

Для решения задачи максимизации распространения активности (влияния) необходимо:

1) рассчитать функцию распространения влияния $\sigma(S_0)$ для заданного начального множества активных узлов S_0;
2) найти начальное множество активных узлов, максимизирующее распространение влияния.

Обе задачи вычислительно сложны.

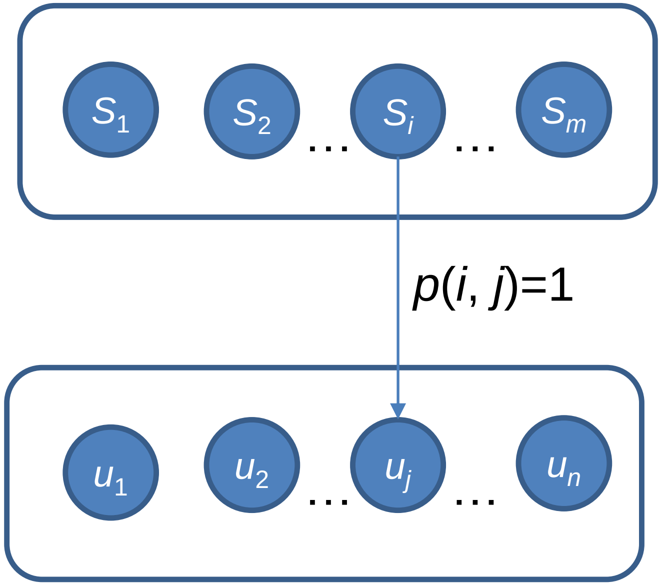
Теорема 1. Задача максимизации влияния для модели независимых каскадов является NP-трудной.

Теорема 2. Задача максимизации влияния для линейной пороговой модели является NP-трудной.

Вычислительная сложность задачи максимизации распространения активности

Теорема 1. Задача максимизации влияния для модели независимых каскадов является NP-трудной.

Доказательство. Рассмотрим произвольный экземпляр NP-полной задачи о покрытии множества. Исходными данными является конечное множество $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ и семейство его подмножеств $S_1, S_2, \dots, S_m$. Существует ли *k* подмножеств, объединение которых дает U? Такая задача может рассматриваться как частный случай задачи максимизации влияния.



Решение задачи максимизации «существует ли множество *A* из *k* узлов в этом графе с $\sigma(A) \geq n + k$» является также решением задачи о покрытии множеств.

Жадный алгоритм поиска начального множества

Исходные данные:

- *k* – размер результирующего множества;
- *f* – монотонная и субмодулярная функция множества.

Результат:

- Результирующее множество.

Алгоритм:

1. Установить $S \leftarrow \emptyset$.
2. Провести *k* итераций, на каждой выполнить

   $$u \leftarrow \mathrm{argmax}_{w \in V \setminus S}(f(S \cup \{w\}) - f(S))$$

   $$S \leftarrow S \cup \{u\}$$

3. Вернуть S.

Жадный алгоритм поиска начального множества

Теорема (Nemhauser и др., 1978)

Пусть известно множество $S^* = \operatorname*{argmax}_{|S| \le k} f(S)$. Если функция множества *f* является монотонной и субмодулярной и $f(\emptyset) = 0$, то для найденного жадным алгоритмом множества S^g выполняется

$$f(S^g) \ge \left(1 - \frac{1}{e}\right) f(S^*)$$

Численные эксперименты для линейной пороговой модели

Исходные данные:

- мультиграф соавторства физиков (теория физики высоких энергий www.arxiv.org) из 11 тыс. вершин и 53 тыс. ребер, число кратных ребер между парой вершин – количество совместных публикаций.

Параметры линейной пороговой модели:

- влияние вершины *u* на *v* задается как $\frac{c_{u,v}}{d_v}$, где $c_{u,v}$ – число кратных ребер, d_v – степень вершины *v*.

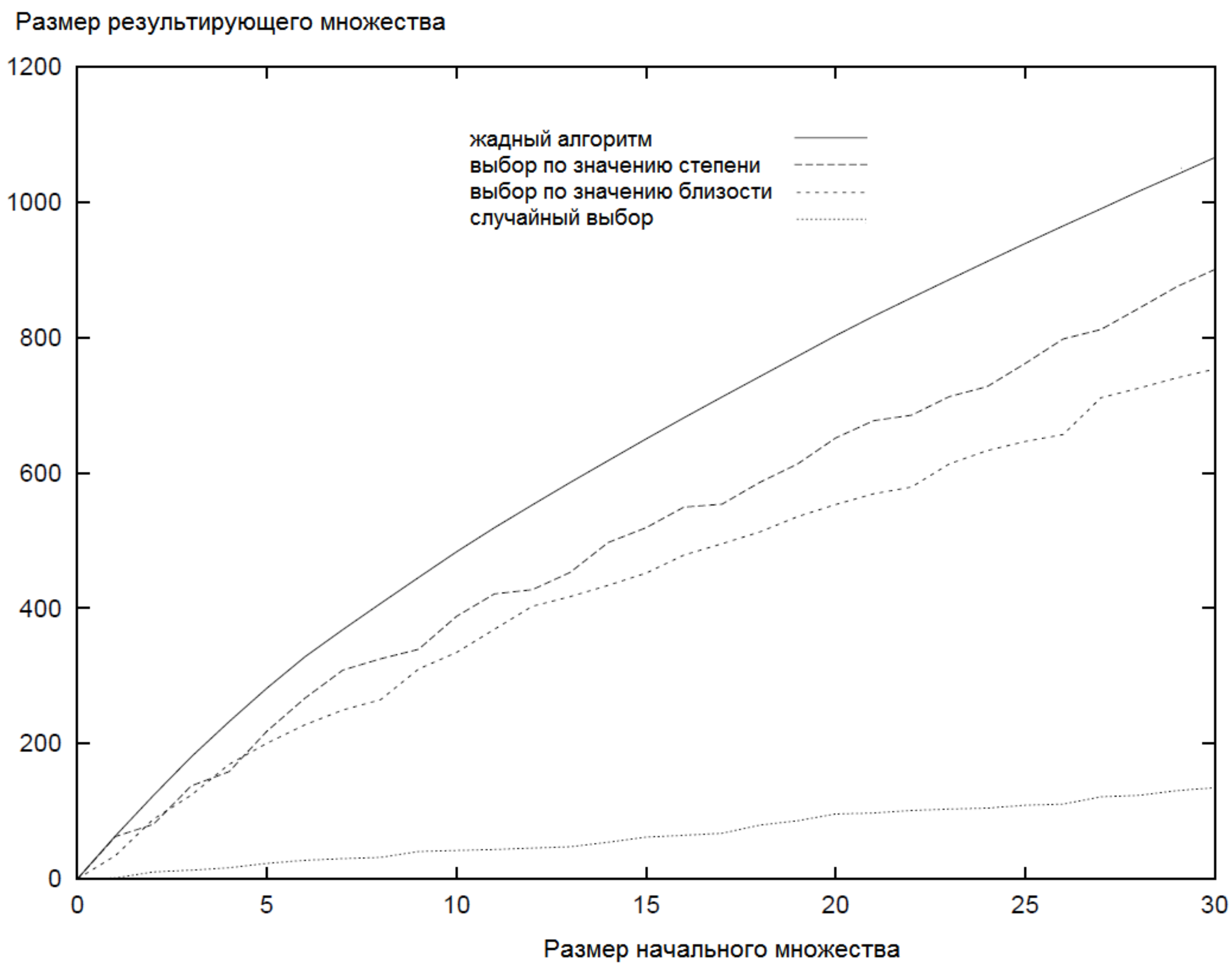
Сравнение (результатов) жадного алгоритма с эвристиками:

- *центральность по степени*.
- *центральность по близости*.
- *случайный выбор узлов*.

Численные эксперименты для линейной пороговой модели

Жадный алгоритм превосходит
- эвристику по степени на 18%,
- эвристику по близости более чем на 40%.

Недостаточно учитывать структурные свойства, следует явно учитывать динамику активности в сетях



Другие постановки максимизации распространения

Максимизация распространения информации с учетом ограниченного горизонта планирования.

Введем ограничение на горизонт планирования: пусть центр интересует состояние сети на момент времени t. Определим $\sigma_t(S)$: $2^V \to \mathbb{R}_+$ как функцию ожидаемого числа активных узлов к моменту времени t от множества узлов-инициаторов S.

Необходимо найти такое множество инициаторов S, из не более чем k пользователей, которое максимизирует ожидаемое число активных узлов в момент t, т.е. найти множество $S^* = argmax_{S \subseteq V, |S| \leq k} \sigma_t(S)$.

Другие постановки максимизации распространения

Минимизация времени

Задана сеть $G = (V, E)$, задано ограничение на количество инициаторов k, задано требуемое число активных пользователей β.

Необходимо найти множество агентов – инициаторов S (состоящее из k пользователей) с тем, чтобы за минимальное время t добиться состояния сети $\sigma_t(S) \geq \beta$.

Минимизация числа агентов-инициаторов

Задана сеть $G = (V, E)$, задано требуемое число активных пользователей β, необходимо найти наименьшее множество инициаторов S, которое позволяет достичь состояния сети $\sigma(S) \geq \beta$.

Другие постановки максимизации распространения

Динамическое управление распространением информации

Зададим плановый горизонт времени T и введем следующие обозначения:

- $S^{1,T} = (S^1, S^2, \ldots, S^T)$ – последовательность множеств активных узлов,
- $u^{1,T} = (u^1(V/S^1), u^2(V/S^2), \ldots, u^T(V/S^T))$ – последовательность управлений, где $u^t(V/S^t)$ – управление, оказываемое в начале периода времени t на множество еще неактивных узлов V/S^t.

Задача состоит в том, чтобы максимизировать количество активных узлов в момент T

$$|S^T| \to \max_{u^{1,T}}$$

при заданных ограничениях на затраты по управляющим воздействиям.

Минимизация распространения активности

Задача состоит в определении множества ключевых узлов Z (так называемых *сенсоров)* для эффективного выявления «эпидемий». Выигрыш управляющего субъекта определяется ожидаемым временем обнаружения распространения T, а затраты $c(Z)$ зависят от свойств выбранных в качестве сенсоров узлов. Задача управления принимает вид задачи оптимизации:

$$\max_{Z \subseteq V} R(T(Z))$$

где ресурсы управляющего субъекта ограничены величиной $B > 0$:

$$c(Z) = \sum_{a \in Z} c(a) \leq B$$

Минимизация распространения активности

Сеть представлена графом $G(N, E)$, задан бюджет B для сенсоров и доступны данные о распространении каскадов по сети (для каждого каскада, инициированного в узле i, известно время $T(i,u)$, за которое он дойдет до узла u).

Выбирается подмножество Z для максимизации ожидаемого выигрыша:

$$\max_{Z \subseteq V} R(Z) \equiv \sum_i P(i) R_i(T(i, Z)),$$

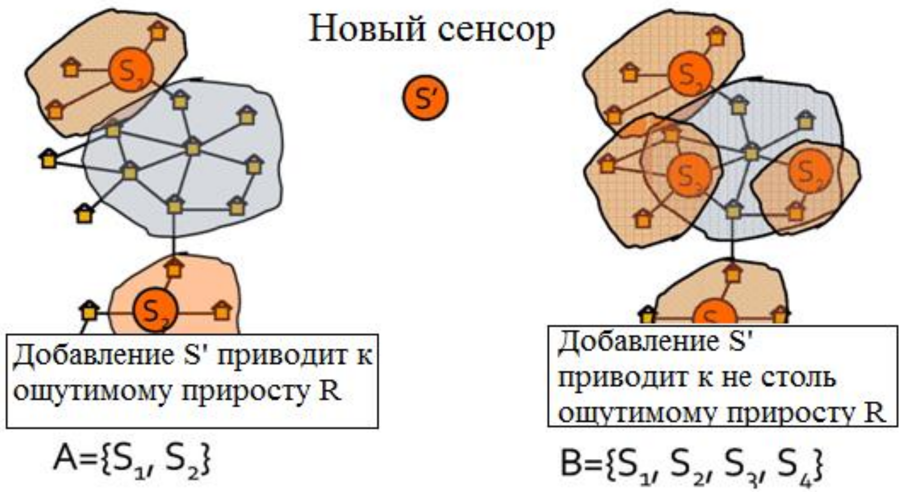
где $T(i, Z)$ – минимальное время обнаружения одним из сенсоров из Z каскада i; P – вероятностное распределение каскадов (по типам - узлам возникновения); $R_i(T(i, Z))$ – выигрыш от обнаружения каскада i в момент времен $T(i, Z)$; затраты $c(Z) = \sum_{a \in Z} c(a) \leq B$.

Минимизация распространения активности

Функция *R*(*Z*) субмодулярна, т.к. для любых

$$\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B} \subseteq \mathcal{V} \qquad s \in \mathcal{V} \setminus \mathcal{B}$$

$$R(\mathcal{A} \cup \{s\}) - R(\mathcal{A}) \geq R(\mathcal{B} \cup \{s\}) - R(\mathcal{B})$$



Следовательно, для нахождения множества *Z* можно применять аппроксимирующие алгоритмы (например, жадный)

Задача информационного противоборства: игра атакующего-защитника

Задано множество агентов $N=\{1,2,\ldots,n\}$, на котором определено множество связей (отношений доверия), заданное бинарной матрицей ($g_{ii}=1$ для любого $i \in N$).

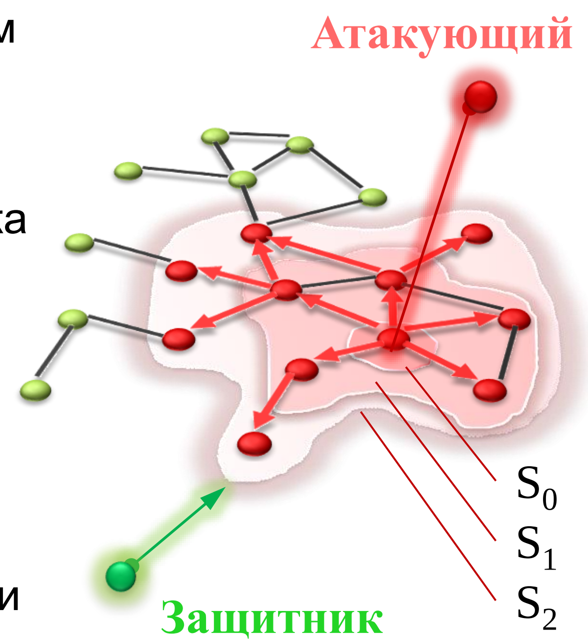
Наряду с агентами в ситуации участвуют два игрока (причем для каждого игрока агент обладает некоторой ценностью):

Атакующий B стремится распространить в сети некоторую информацию, для этого выбирает и «инфицирует» одного из агентов $j \in N$. Постепенно инфекция распространяется по сети, в момент времени $\tau + 1$ будет инфицировано множество

$S_{\tau+1} = \{m \in N \mid \exists\, k \in S_\tau\ g_{km} = 1\}$;

Защитник A выбирает период мониторинга i и проводит периодический мгновенный мониторинг сети, в ходе которого останавливает распространение инфекции. Затраты на мониторинг c_i.

Для такой игры можно привести алгоритм построения биматрицы и исследовать равновесия



Конкурентная модель независимых каскадов

Каждый агент в сети находится в одном из трех состояний: неактивном, позитивно активном и негативно активном. Агент может перейти только из неактивного состояния в активное, но не наоборот.

Пусть S_0^+ − начальное множество позитивно активных агентов, S_0^- − начальное множество негативно активных агентов, причем $S_0^+ \cap S_0^- = \emptyset$.

Пусть позитивная активность распространяется с вероятностью $p^+(u, v)$, а негативная с вероятностью $p^-(u, v)$, для каждого ребра $(u, v) \in E$. Негативно активный пользователь блокирует распространение позитивной активности (и наоборот).

Конкурентная модель независимых каскадов

Задано:

- граф $G(V, E)$, а также вероятности позитивного и негативного влияния на дугах $p^+(\cdot)$ и $p^-(\cdot)$;
- S_0^+ − начальное множество позитивно активных агентов, S_0^- − начальное множество негативно активных агентов, $S_0^+ \cap S_0^- = \emptyset$.

Позитивно и негативно активные множества S_t^+ и S_t^-, $t \geq 1$, формируются согласно следующему рандомизированному правилу.

На каждом шаге $t \geq 1$ сначала $S_t^+ := S_{t-1}^+$ и $S_t^- := S_{t-1}^-$, затем выполняются попытки активации каждого $v \notin S_{t-1}^+ \cup S_{t-1}^-$ его соседями:

а) если попытка активации агентом $u \in N^{in}(v) \cap (S_{t-1}^+ \setminus S_{t-2}^+)$ оказалась успешной (вероятность этого $p^+(u, v)$), то u добавляется во множество успешных позитивных попыток $A_t^+(v)$ для агента v.

б) если попытка активации агентом $u \in N^{in}(v) \cap (S_{t-1}^- \setminus S_{t-2}^-)$ оказалась успешной (вероятность этого $p^-(u, v)$), то u добавляется во множество успешных негативных попыток $A_t^-(v)$ для агента v.

Конкурентная модель независимых каскадов. Выбор активности агента

Возможны варианты:

Если $A_t^+(v) \neq \emptyset$ и $A_t^-(v) = \emptyset$, то v становится позитивно активным и добавляется в множество S_t^+.

Если $A_t^+(v) = \emptyset$ и $A_t^-(v) \neq \emptyset$, то v становится негативно активным и добавляется в множество S_t^-.

Если $A_t^+(v) \neq \emptyset$ и $A_t^-(v) \neq \emptyset$, то необходимо применить решающее правило для определения каким именно образом активируется агент v и в какое множество его добавить. Два варианта решающего правила:

- *Правило фиксированной вероятности ПФВ(φ)*. С вероятностью φ агент v становится позитивно активным, а с вероятностью $(1-\varphi)$ – негативно.
- *Правило пропорциональной вероятности ППВ*. Агент v становится позитивно активным с вероятностью $|A_t^+(v)| / (|A_t^-(v)| + |A_t^+(v)|)$, негативно активным с вероятностью $|A_t^-(v)| / (|A_t^-(v)| + |A_t^+(v)|)$.

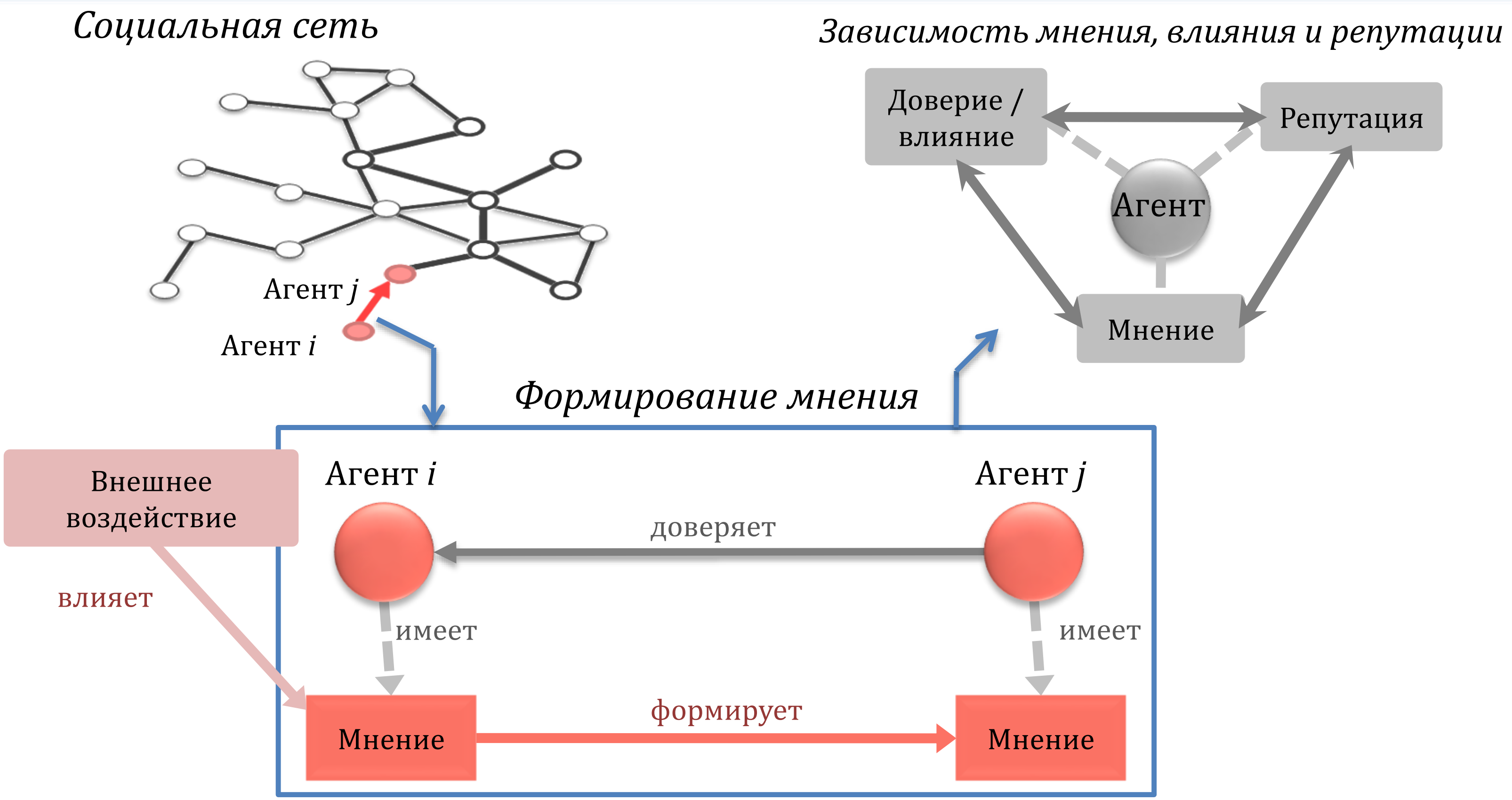
Содержание лекции

Модели распространения информации в социальных сетях

Модели формирования мнений в социальных сетях

- Модели формирования мнений
- Информационное управление
- Информационное противоборство

Формирование мнений



Ключевые характеристики (специфика)

- Наличие собственных мнений агентов.
- Изменение мнений под влиянием других членов социальной сети.
- Различная значимость мнений (влияния, доверия) одних агентов для других агентов.
- Воздействие структурных свойств социальных сетей на динамику мнений…

Доверие и влияние в социальной сети

Агенты из множества N={1,…,n} образуют социальную сеть

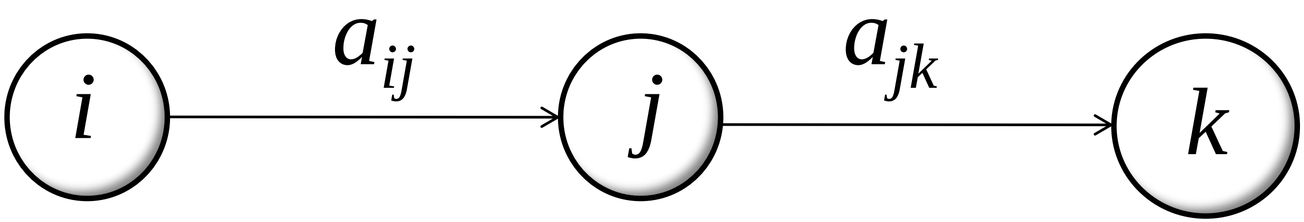
$$i \xrightarrow{a_{ij}} j$$

a_{ij} – степень доверия i-го агента j-му (степень влияния j-го агента на i-го)

$$a_{ij} \geq 0, \quad \sum_j a_{ij} = 1$$ для любого i

$A = ||a_{ij}||$ – матрица непосредственного доверия (влияния)

Косвенное влияние в социальной сети



k-й агент косвенно влияет на i-го
(хотя i-й может даже не знать о его существовании)

<u>Вопросы:</u>

- **Каким является результирующее влияние одного агента на другого?**
- **Какие агенты являются более влиятельными и формируют мнение в социальной сети?**
- **Как можно управлять мнением в социальной сети?**

Формирование результирующего доверия (влияния)

x_i – начальное мнение i-го элемента

x – вектор-столбец начальных мнений

$$x_i^{(1)} = \sum_j a_{ij} x_j \qquad x^{(1)} = Ax$$

$$x_i^{(2)} = \sum_j a_{ij} x_i^{(1)} \qquad x^{(2)} = A^2 x$$

$$\cdots \qquad \cdots$$

$$X = \lim_{n\to\infty} x^{(n)}$$ – итоговые мнения стабилизируются

$$A^{\infty} = \lim_{n\to\infty} A^n$$ – матрица результирующего доверия (влияния)

Результат трансформации мнений

$$X = A^{\infty} x$$

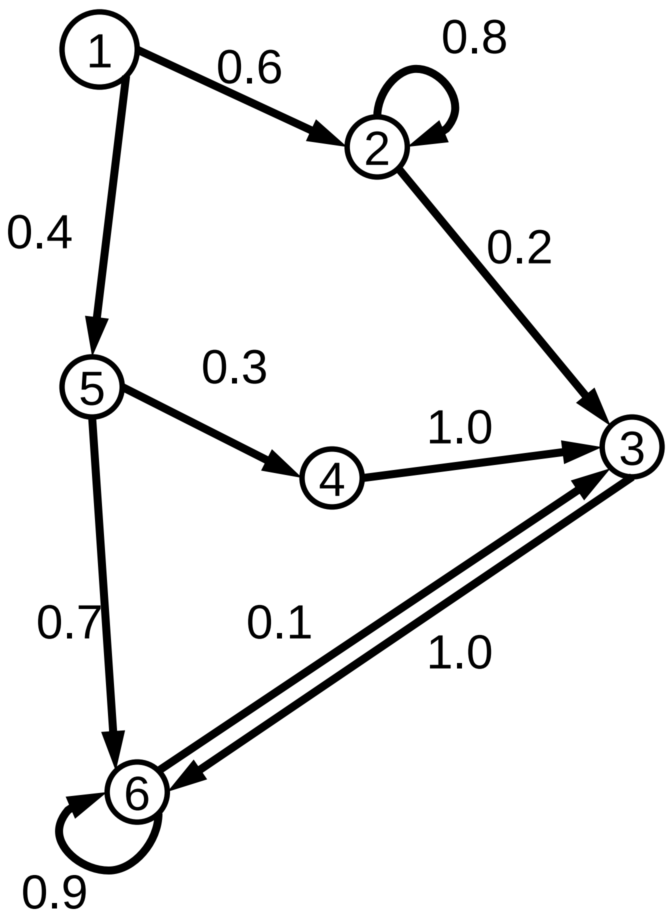
x – вектор начальных мнений

A^{∞} – матрица результирующего влияния

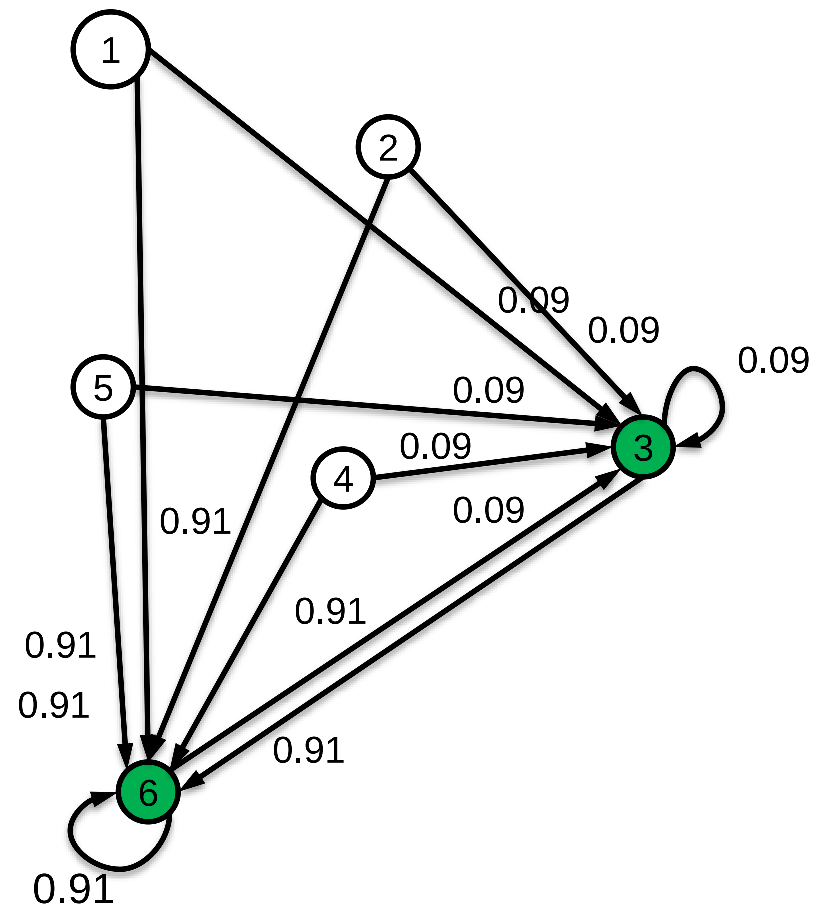
X – вектор итоговых мнений

Непосредственное и результирующее доверие. Пример

Непосредственное доверие (влияние)

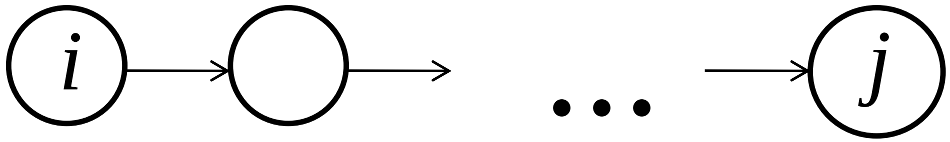


Результирующее доверие (влияние)



Структура результирующих влияний

Определение. *Группа* – множество элементов сети, каждый из которых влияет (прямо иди косвенно) на любого другого элемента этого множества.

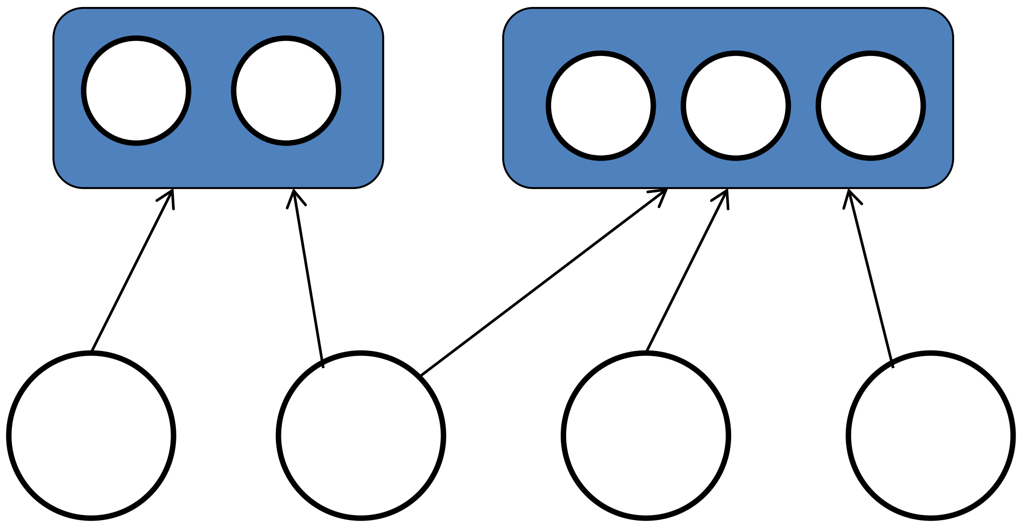


Утверждение. Каждый элемент либо входит ровно в одну группу, либо не входит ни в одну.

Определение. *Спутник* – элемент сети, не входящий ни в одну группу.

Утверждение. Если в каждой группе существует хотя бы один элемент i, для которого a_{ii}>0, то мнения стабилизируются.

Структура результирующих влияний



- группы

- спутники

1) В каждой группе итоговые мнения элементов совпадают, т.е. каждая группа имеет общее мнение (которое можно считать *мнением группы*).

2) Итоговые мнения спутников определяются только мнениями групп.

Пример 1.

Пусть имеется агент $i \in N$, который доверяет только самому себе:
$\forall\ j \neq i\ a_{ij} = 0,\ a_{ii} = 1.$

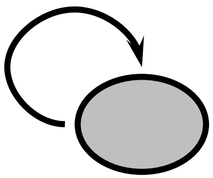


Рис. Пример 1

Тогда мнение такого агента меняться во времени не будет:
$x_i^{(k)} = x_i,\ k = 1, 2, \ldots\ .$

Формирование и динамика мнений агентов

Пример 2.

Пусть имеется агент, который доверяет в некоторой (отличной от нуля) степени всем остальным агентам, которые все имеют одно и то же мнение и никому, кроме себя не доверяют.

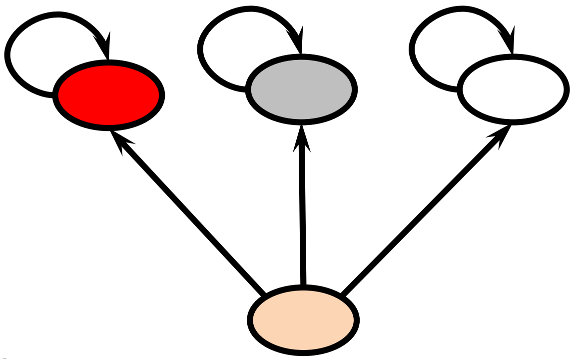


Рис. Пример 2

Тогда мнение этого агента со временем будет стремиться ко мнению других агентов, которое меняться не будет.

Пример 3.

Пусть имеются два агента, каждый из которых полностью доверяет оппоненту ($a_{12} = a_{21} = 1$).

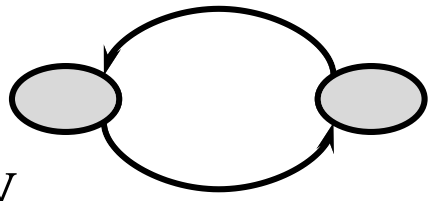


Рис. Пример 3

Тогда условие стабилизации мнений не имеет места, и будут наблюдаться «колебания» мнений агентов с периодом 2.

Пример 4.

Пусть социальная сеть – полный граф, а степени доверия всех агентов друг другу одинаковы.

Тогда результирующее мнение будет единым для всех агентов и равным среднему арифметическому их начальных мнений.

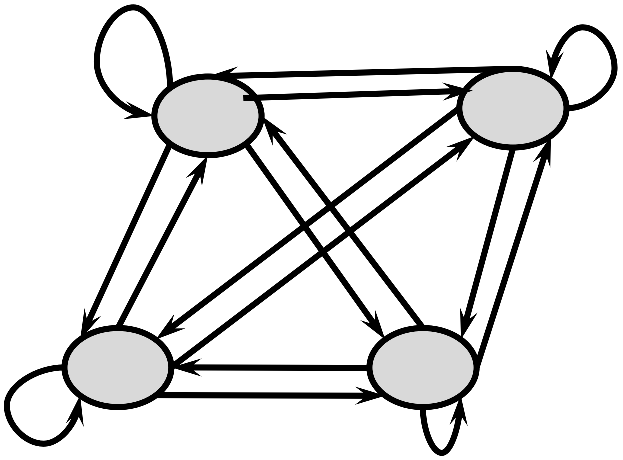


Рис. Пример 4

Задача информационного управления

Управление – воздействия на агентов социальной сети с целью формирования нужных управляющему органу мнений.

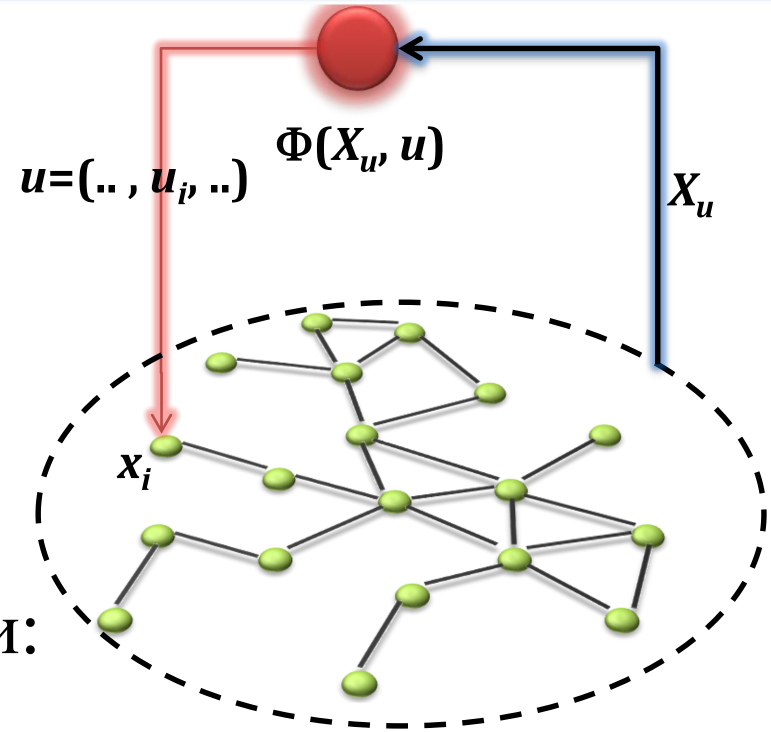
Управление: $x_i \to x_i + u_i$, $i \in N$

$u_i \in U_i$, $i \in N$

$X_u = A^\infty (x + u) = A^\infty x + A^\infty u$

Задача информационного управления

$\Phi(X_u, u)$ – критерий эффективности управления



$$\Phi(A^{\infty}(x+u), u) \to \max_{u \in U} \; .$$

Пример критерия эффективности:

$\Phi(X_u, u) = H(X_u) - c(u)$, где

$H(\cdot)$ – «доход» центра, зависящий от итоговых мнений агентов,

$c(\cdot)$ – затраты центра на осуществление управления

Задача информационного управления. Пример

$$H(X_u) = \frac{1}{n} \sum_{i \in N} X_{ui}$$

$$c(u) = \beta \sum_{i \in N} u_i$$

$$\beta \sum_{i \in N} u_i \leq R \text{ – ограничения}$$

$$\frac{1}{n}\left(\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} x_j + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} u_j \right) - \beta \sum_{i \in N} u_i \to \max_u$$

Задача информационного управления. Пример (окончание)

$$F_j = \frac{1}{n}\sum_{i\in N} A_{ij}^{\infty}, \quad j \in N$$

$$(*) \quad \sum_{j\in N} (F_j - \beta) u_j \to \max_u$$

Решение задачи (*) очевидно – следует весь ресурс вкладывать в изменение мнения агента, для которого величина F_j максимальна.

Информационное противоборство: Теоретико-игровая модель

Пусть существует множество игроков, имеющих возможность влиять на начальные мнения агентов и заинтересованных в формировании определенных их итоговых мнений.

$M = \{1, 2, \ldots, m\}$ – множество игроков

$u_{ij} \in U_{ij} = [-r_{ij}; R_{ij}]$ – действие j-го игрока по изменению мнения i-го агента

$\boldsymbol{u} = ||u_{ij}||$

$g_j(X): \Re^{\mathrm{n}} \to \Re^1$ – целевая функция j-го игрока

Информационное противоборство: Теоретико-игровая модель

Будем считать, что воздействия игроков на мнение каждого из агентов аддитивны. Тогда итоговое мнение i-го агента, $i \in N$, будет следующим:

$$X_i(u) = \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} \left(x_j + \sum_{k \in M} u_{jk} \right) = \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} x_j + \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} \sum_{k \in M} u_{jk}$$

Обозначая $G_j(\boldsymbol{u}) = g_j(X_1(\boldsymbol{u}), X_2(\boldsymbol{u}), \ldots, X_n(\boldsymbol{u})),\ j \in M$, получаем игру в нормальной форме:

$$\Gamma = (M, \{U_j\}_{j \in M}, \{G_j(\cdot)\}_{j \in M})$$

Информационное противоборство: пример 1

Пусть имеются два игрока, каждый из которых имеет возможность влиять на начальное мнение одного из агентов из множеств $N_1 \subseteq N$ и $N_2 \subseteq N$ соответственно, причем $N_1 \cap N_2 = \varnothing$.

Тогда действия игроков будут заключаться в выборе, на кого из «управляемых» ими агентов воздействовать. Так как множества возможных действий в этом случае конечны, то, рассчитав соответствующие выигрыши, получим стандартную биматричную игру, в которой можно аналитически искать равновесие в чистых и/или смешанных стратегиях.

Модель информационного управления с учетом репутации

Репутация. «Создавшееся общее мнение о достоинствах или недостатках кого-либо, чего-либо, общественная оценка». Репутацию можно рассматривать как:

1) ожидаемую норму деятельности агента – какого поведения от него ожидают остальные;
2) «весомость» мнения агента, определяемую предшествуемой оправдываемостью его суждений и/или эффективностью его деятельности.

Пусть $r_i \geq 0$ – параметр, описывающий *репутацию* i-го агента.

Будем считать, что:

- вектор репутаций $r = (r_1, r_2, \ldots, r_n)$ является общим знанием среди агентов;
- в сети всегда существует агент с ненулевой репутацией;
- сеть представляет собой полный граф.

Следовательно, результирующее мнение будет единым для всех агентов, входящих в рассматриваемую социальную сеть.

Определим степень доверия i-го агента j-му агенту как

(1) $\alpha_{ij} = \dfrac{r_j}{\sum_{k \in N} r_k}$, $i, j \in N$. Обозначим через $R = \sum_{k \in N} r_k$ *суммарную репутацию* членов сети.

Тогда линейную динамику мнений агентов можно записать в виде:

(2) $x_i^{\tau} = \dfrac{1}{R} \sum_{j \in N} r_j x_j^{\tau-1}$, $i \in N$, а итоговое мнение агентов будет:

(3) $X = \dfrac{1}{R} (r \cdot x^0)$,

Манипулирование мнениями (1-периодная модель)

Пусть некоторый агент (будем считать, что это агент с номером один, имеющий $r_1 > 0$) заинтересован в том, чтобы итоговое мнение агентов было равно X_*.

При заданном векторе репутаций и фиксированных мнениях остальных агентов для этого ему достаточно сообщить

$$(4)\ s_1 = \frac{1}{r_1}\,[R\,X_* - \sum_{k>1} r_k x_k^0\,].$$

Нижняя граница «диапазона манипулирования» первого агента исходя из условия неотрицательности начальных мнений:

$$(5)\ X_* \geq \frac{1}{R}\sum_{k>1} r_k x_k^0\,.$$

Т.е. **чем выше репутация агента, осуществляющего манипулирование, тем больше его возможности по влиянию на итоговое мнение агентов в социальной сети**.

Оценка репутации первого агента, минимально необходимой для обеспечения равновесия X_* при ограничении $x_1^{\min} > 0$ на свои сообщения:

$$(6)\ r_1 = \frac{\sum_{j>1} r_j (x_j^0 - X_*)}{X_* - x_1^{\min}}\,.$$

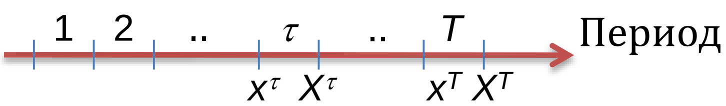
Т.е. **чем выше репутации других агентов, тем жестче требования к репутации манипулирующего агента**.

В общем случае манипулировать итоговым мнением могут все агенты. В результате получим модель линейной *активной экспертизы*.

Динамика репутации

Предположим, что члены социальной сети последовательно рассматривают *T* независимых вопросов, по каждому из которых у каждого из агентов имеется свое начальное мнение x_i^τ, $i \in N$, $\tau = \overline{1, T}$. Результирующее мнение по некоторому вопросу в момент времени τ:

(7) $X^\tau = \dfrac{1}{R^t}\,(r^\tau \cdot x^\tau)$,



где $r^\tau = (r_1^\tau, \ldots, r_n^\tau)$, $x^\tau = (x_1^\tau, \ldots, x_n^\tau)$,

R^τ – соответственно, вектор репутаций, вектор начальных мнений агентов, суммарная репутация в начале периода времени τ, $\tau = \overline{1, T}$. Будем считать, что общим знанием среди агентов являются репутации, начальные и результирующие мнения всех агентов для текущего и всех прошлых периодов.

Как изменяется репутация каждого из агентов в каждом периоде времени?

Будем считать, что репутация любого агента в начале любого периода равна репутации данного агента в конце предыдущего периода времени.

В общем случае можно предположить, что репутация *i*-го агента в момент времени τ:

(8) $r_i^\tau = F_i(r^1, \ldots, r^{\tau-1}, x^1, \ldots, x^{\tau-1}, X^1, \ldots, X^{\tau-1})$, $i \in N$, $\tau = \overline{2, T}$.

В качестве частного можно использовать следующий закон изменения репутации:

(9) $r_i^\tau = \dfrac{r_i^{\tau-1}}{\gamma + \beta\,|x_i^{\tau-1} - X^{\tau-1}|}$, $i \in N$, $\tau = \overline{2, T}$,

где $\gamma \in (0; 1]$, $\beta > 0$ – заданные константы.

Информационное управление

Имеем динамическую систему (7)-(8):

- динамика мнений агентов в зависимости от репутации

$$X^{\tau} = \frac{1}{R^{t}} (r^{\tau} \cdot x^{\tau});$$

- динамика репутации в зависимости от динамики мнений

$$r_i^{\tau} = F_i(r^1, \ldots, r^{\tau-1}, x^1, \ldots, x^{\tau-1}, X^1, \ldots, X^{\tau-1}), \; i \in N, \; \tau = \overline{2,T} \,.$$

Требуется найти последовательность *сообщаемых* другим агентам начальных мнений первого агента $s_1^1, \; s_1^2, \ldots, \; s_1^T$,

- удовлетворяющую ограничениям $s_1^{\tau} \geq x_1^{\tau \min}$, $\tau = \overline{1,T}$, и
- минимизирующую заданную монотонную целевую функцию $F(|X^T - X_*^T|)$, где формирование итогового мнения X_*^T по последнему вопросу может интерпретироваться как цель управления.

Информационное управление: эвристика

Показано, что, чем выше репутация манипулирующего агента, тем при фиксированных репутациях остальных агентов больше его возможности по влиянию на итоговое мнение агентов в социальной сети $\Rightarrow$ К началу последнего периода первому агенту желательно иметь максимально возможную репутацию.

Предположим (*), что: функция $F_1(\cdot)$ удовлетворяет введенному выше условию монотонности и такова, что репутация первого агента на текущем шаге зависит только от его репутации на предыдущем шаге, его начального мнения на предыдущем шаге и от результирующего мнения на предыдущем шаге.

Тогда для решения задачи управления первый агент должен решить задачу, состоящую из $T-1$ независимой задачи максимизации репутации и одной задачи выбора своего начального мнения s_1^T на последнем шаге:

$$(10)\ \left| s_1^\tau - \frac{1}{R^\tau}\left[r_1^\tau s_1^\tau + \sum_{j>1} r_j^\tau x_j^\tau \right] \right| \to \min_{s_1^\tau \geq x_1^{\tau\min}},\ \tau = \overline{1, T-1},$$

$$(11)\ \left| \frac{1}{R^\tau}\left[r_1^T s_1^T + \sum_{j>1} r_j^T x_j^T \right] - X_*^T \right| \to \min_{s_1^T \geq x_1^{T\min}} \text{ (минимизация } F(|X^T - X_*^T|)).$$

При отсутствии ограничений на сообщаемые первым агентом начальные мнения решение задачи (10) имеет вид:

$$(12)\ s_1^\tau = \frac{\sum_{j>1} r_j^\tau x_j^\tau}{\sum_{j>1} r_j^\tau},\ \tau = \overline{1, T-1},$$ т.е. «средневзвешенное» мнение остального коллектива.

Список литературы

- Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Модели влияния в социальных сетях // Управление большими системами. – 2009. – Вып. 27. – С 205-281.
- Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2010. – 228 с.
- Friedkin N.E., Johnsen E.C. Social Influence Network Theory: A Sociological Examination of Group Dynamics. – Cambridge University Press, 2011. – 367 p.
- Granovetter M. Threshold Models of Collective Behavior // American Journal of Sociology. – 1978. – Vol. 83. P. 1420–1443.
- Jackson M. Social and Economic networks. – Princeton: Princeton University Press, 2008.
- Kempe D., Kleinberg J., Tardos E. Maximizing the spread of influence through a social network // Proceedings of the 9th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining. – 2003. – P. 137-146.
- Saito K., Nakano R., Kimura M. Prediction of information diffusion probabilities for independent cascade model. In KES 2008.